

РОСЖЕЛДОР

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Ростовский государственный университет путей сообщения»
(ФГБОУ ВПО РГУПС)**

**СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ
НЕРАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ**

Учебно-методическое пособие
к лабораторным работам

Ростов-на-Дону
2015

УДК 389(07) + 06

Рецензент – кандидат технических наук, доцент А.В. Костюков

Рядченко, Г.В.

Статистические оценки точности результатов неравноточных измерений: учебно-методическое пособие к лабораторным работам / Г.В. Рядченко, М.А. Буракова, В.А. Бондаренко, А.А. Замыцкий; ФГБОУ ВПО РГУПС. – Ростов н/Д, 2015. – 20 с.

В учебно-методическом пособии, предназначенном для проведения лабораторных работ, приведена методика статической оценки точности результатов неравноточных измерений.

Предназначено для студентов 3-го курса всех форм обучения по направлениям подготовки 23.05.03 – «Подвижной состав железных дорог», 23.05.01 – «Наземные транспортно-технологические средства», 23.03.03 – «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», 13.03.02 – «Электроэнергетика и электротехника», 08.03.01 – «Строительство», изучающих дисциплины «Метрология, стандартизация и сертификация» и «Основы метрологии, стандартизации, сертификации и контроля качества».

Одобрено к изданию кафедрой «Основы проектирования машин».

© Колл. авт., 2015

© ФГБОУ ВПО РГУПС, 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

Цель работы	4
1 Общие положения	4
2 Средства измерений	5
2.1 Устройство штангенциркуля	5
2.2 Устройство гладкого микрометра	8
2.3 Устройство рычажной скобы	10
3 Особенности статистической обработки результатов нескольких групп измерений	11
4 Порядок выполнения работы	11
5 Вопросы для самопроверки	13
Библиографический список	14
Приложение А	15
Приложение Б	18
Приложение В	18
Приложение Г	19
Приложение Д	19

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Привитие практических навыков получения статистических оценок точности результатов неравноточных измерений, на приборах различной точности, разными операторами в виде выборок разного объёма.

1 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В практике часто встречаются случаи, когда одна и та же величина измеряется при различных условиях, в результате чего измерения выполняются с различной точностью и называются неравноточными. Такие измерения могут иметь место по следующим причинам: использование средств измерений различной точности; выполнение измерений при разных условиях внешней среды; проведение различного числа измерений одним и тем же средством измерений при необходимости каждый раз взять из них среднее арифметическое; проведение различного числа измерений одним средством измерений, но различными операторами.

При этом часто возникает необходимость совместной оценки этих результатов. Оценка искомого значения измеряемой величины осуществляется при помощи весового среднего арифметического значения \bar{x}_p .

Для характеристики точности отдельных измерений и сопоставления их между собой вводят понятие веса измерений p , под которым понимают число, характеризующее степень доверия к полученному результату. Вес является вспомогательным числом, показывающим вклад данного измерения в общую оценку совокупности неравноточных измерений.

Допустим, что проводилось m серий независимых измерений постоянной величины Q . При этом каждая из m серий измерений выполнялась в различных условиях: различными приборами, различными операторами, при различных установках и т. д., что даёт основание считать измерения в различных сериях неравноточными. Возможно, что каждая серия измерений подчинена своему закону распределения со средней Q и дисперсией s_j^2 . Средняя Q остаётся одинаковой для всех серий, так как мы измеряем, всё время одну и ту же величину Q , причём предполагается, что все измерения свободны от систематических ошибок.

В силу неравноточности серий дисперсия s_j^2 будет меняться от серии к серии. Дисперсия среднего арифметического $s_{\bar{x}_j}^2$, каждой серии равна

$$s_{\bar{x}_j}^2 = \frac{s_j^2}{n_j}, \quad (1)$$

где s_j^2 – дисперсия серии j ;

n_j – объём серии j .

Вес среднего арифметического значения \bar{x}_j можно принимать равным

$$P_j = \frac{n_j}{S_j^2}. \quad (2)$$

Тогда за приближенное значение измеряемой величины Q примем

$$Q \approx \bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^N P_j \cdot \bar{x}_j}{\sum_{j=1}^N P_j}. \quad (3)$$

Доверительная оценка истинного значения Q измеряемой величины имеет вид:

$$|\bar{x} - Q| < t_p(k) \cdot S_{\bar{x}}, \quad (4)$$

где $t_p(k)$ – коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности P ;

k – число степеней свободы;

$S_{\bar{x}}^2$ – эмпирическое значение дисперсии:

$$S_{\bar{x}}^2 = \frac{\sum_{j=1}^n P_j (\bar{x}_j - \bar{X})^2}{(n-1) \sum_{j=1}^n P_j}. \quad (5)$$

2 СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ

В качестве средств измерений в данной работе используются штангенциркуль, микрометр гладкий и скоба рычажная. Измерения проводятся при различном количестве деталей в выборках и разными операторами.

Измерения, выполняемые штангенциркулем и микрометром относятся к классу абсолютных. Абсолютными называются измерения, основанные на прямых измерениях одной или нескольких физических величин и использовании значений физических констант. При прямых измерениях искомые значения величины находят непосредственно из опытных данных.

Измерения, проводимые рычажной скобой, являются относительными. Относительными измерениями называются измерения отношения величины к одноименной величине, играющей роль единицы, или измерения величины по отношению к одноименной величине, принимаемой за исходную. Относительные измерения основаны на сравнении измеряемой величины с известным значением меры. Искомую величину при этом находят алгебраическим суммированием размера меры и показаний прибора.

2.1 Устройство штангенциркуля

Штангенциркуль (рис. 1) состоит из штанги 1, неподвижных измерительных губок 2, изготовленных заодно со штангой, рамки 3 с подвижными из-

мерительными губками 4, нониуса 5, винтов крепления нониуса 11, зажима 6, гайки 7, микрометрического винта 8, хомута 9, зажима 10. Рамка 3 и хомут 9 соединены между собой винтом 8. При помощи винтовой передачи 7, 8 осуществляется малая подача рамки 3 при фиксированном положении хомута 9 зажимом 10. Штангенциркули снабжены измерительными губками для наружных и внутренних измерений, а также специальной линейкой для измерения глубин и уступов. Глубина измеряется от торца штанги до конца линейки, отсчет производится по шкале, как и при других видах измерений.

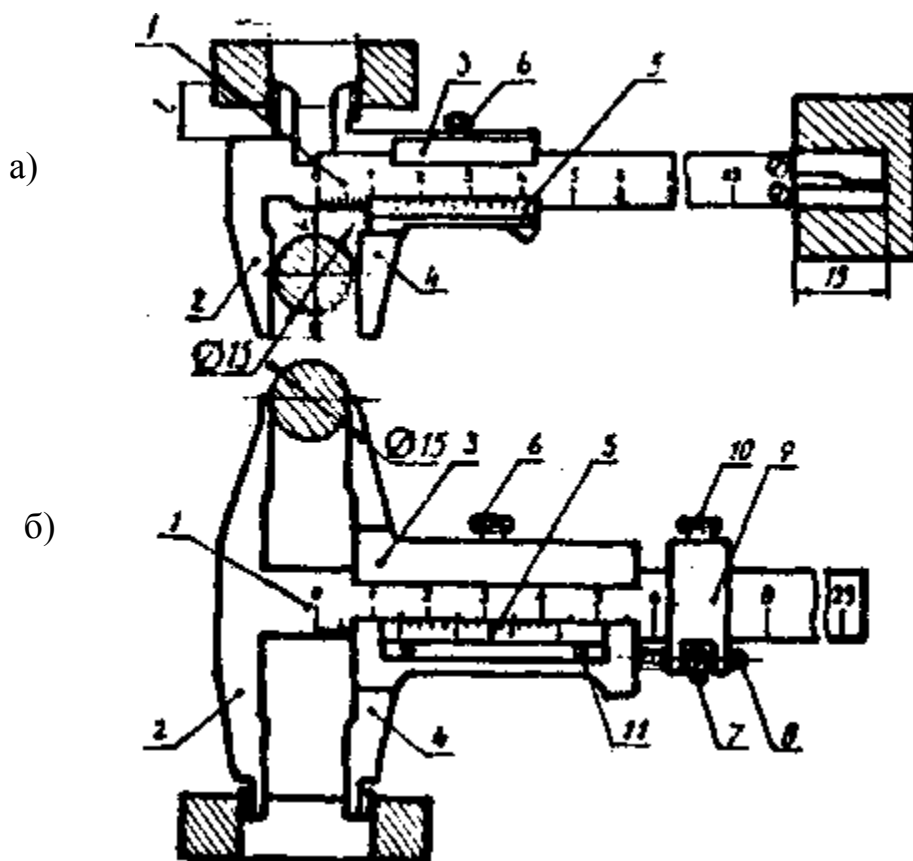


Рисунок 1 – Типы штангенциркулей:
а) двусторонний с глубиномером; б) двусторонний

У штангенциркуля, изображенного на рис. 1, б, нижние измерительные губки предназначены для измерений как внутренних, так и наружных размеров. При измерении внутреннего размера к показаниям штангенциркуля надо прибавлять общую толщину губок, которая обозначена на их лицевой стороне. Верхние губки служат для измерения наружных размеров, а их заостренные концы используются также для нанесения разметочной линии.

Для уменьшения погрешностей, возникающих вследствие деформации губок, в процессе измерений не следует пользоваться микроподачей, Она используется только при установке необходимого размера.

Перед измерениями необходимо проверить штангенциркуль. Поверхности губок должны быть ровными, без забоин. Между измерительными поверхностями не должно быть просвета при их соприкосновении, а нулевые штрихи

шкалы штанги и шкалы нониуса должны совпадать. Также должен совмещаться последний штрих нониуса с соответствующим штрихом шкалы штанги. Если штрихи не совпадают, то надо, отвернув винт нониуса *11*, сдвинуть его до совмещения штрихов. Затем следует проверить наличие перекоса рамки. Если при зажиме винтом *6* возникает перекосяк в размере, изменяется или появляется зазор между губками, то таким штангенциркулем пользоваться нельзя.

Отсчетное устройство (рис. 2) включает штангу с основной штриховой шкалой *1* и линейный нониус *2*. Поэтому штангенциркуль относят к штриховым измерительным инструментам с линейным нониусом. Шкала нониуса закрепляется на подвижной рамке и служит для отсчета дробных делений основной шкалы.

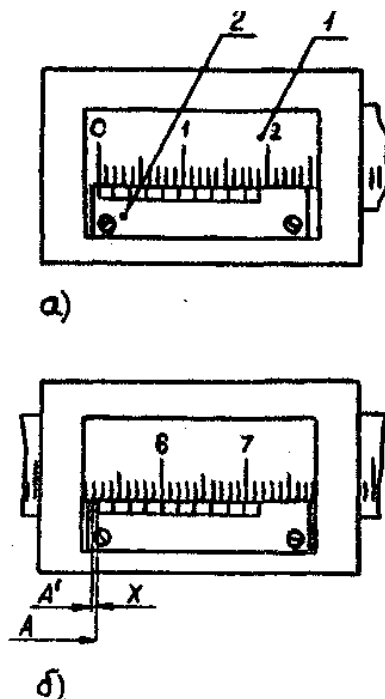


Рисунок 2 – Отсчётное устройство штангенциркуля:
 а) исходное положение; б) положение нониуса,
 соответствующее измеряемому размеру 52,50 мм

При исходном положении нониуса (см. рис. 2, *а*) нулевые штрихи основной шкалы и шкалы нониуса совпадают. При измерении (см. рис. 2, *б*) шкала нониуса смещается относительно основной шкалы, и по положению нулевого штриха нониуса определяют величину этого смещения, равную измеряемому размеру. При этом отсчет целых миллиметров определяют по основной шкале, а отсчет дробных долей – по шкале нониуса. Нониусы изготавливают с ценой деления 0,1; 0,05 или 0,02 мм. Основные метрологические параметры рассчитываются по следующим формулам:

а) цена деления: $c = a/n$,

где a – длина деления основной шкалы;
 n – число делений шкалы нониуса.

б) длина деления: $a_i = a \cdot \gamma - c$,

где γ – модуль, показывает сколько делений основной шкалы соответствует одному делению нониуса.

На рис. 1, a модуль равен 2, т. к. в одном делении шкалы нониуса заключено два деления основной шкалы. В различных модификациях штангенциркуля модуль может быть равен 1, 2 или 5;

в) длина шкалы: $l = a_i \cdot n = n(a \cdot \gamma - c) = a(n \cdot \gamma - 1)$;

г) число делений: $n = a/c$.

Рассмотрим порядок отсчета показаний штангенциркуля для случая, приведенного на рис. 2, б. Цена деления по нониусу равна 0,1 мм. Расстояние A , соответствующее измеряемому размеру, равно числу целых интервалов основной шкалы A' плюс часть интервала X . Исходный размер будет равен $A = A' + X$. Величина X определяется как $X = m \cdot c$, где m равно порядковому номеру штриха шкалы нониуса, совпадавшего со штрихом основной шкалы. Таким образом, $A = A' + m \cdot c = 52 + 5 \cdot 0,1 = 52,5$ мм.

2.2 Устройство гладкого микрометра

Микрометр (рис. 3) относится к группе микрометрических инструментов и служит для измерения наружных размеров. Он состоит из жесткой скобы 1 с запрессованной в нее неподвижной измерительной пяткой 2 и микрометрической головкой, запрессованной до посадочной поверхности стебля 3. Винтовую пару образуют микрометрическая гайка стебля 3 и микрометрический винт 5. Торцевая поверхность гладкой цилиндрической части микровинта 5 образует вторую измерительную плоскость микрометра. Вращение микрометрического винта 5 осуществляется посредством барабана, скрепленного с ним установочным колпачком 7.

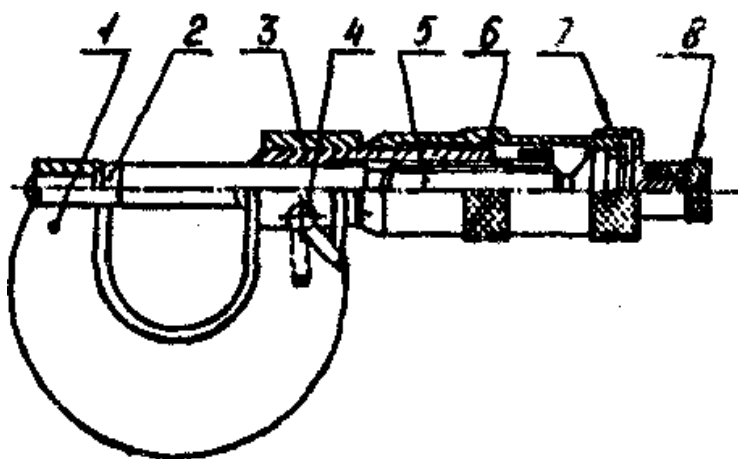


Рисунок 3 – Микрометр гладкий МК

Трещотка 8 соединяется с барабаном 6 при помощи ограничительной пружинной муфты, обеспечивая тем самым постоянное измерительное усилие 5–8 Н. Стопор 4 служит для фиксации в нужном положении микровинта относительно скобы 1.

В комплект инструментов с пределами измерений свыше 25 мм входят установочные меры – цилиндры с нормированным осевым размером. Гладкие

микрометры для наружных измерений выпускаются с пределами измерений 0–25, 25–50, 50–75 и т. д. до 575–600 мм.

Микрометрические инструменты имеют два отсчетных устройства. Первое отсчетное устройство состоит из шкалы с ценой деления 0,5 мм, нанесенной на стебле 1 (рис. 4, а) указателя, которым является торец барабана 2. Второе отсчетное устройство состоит из круговой шкалы с ценой деления 0,01 мм, нанесенной на конусной поверхности барабана 2, показателя в виде продольного штриха, нанесенного на стебле 1.

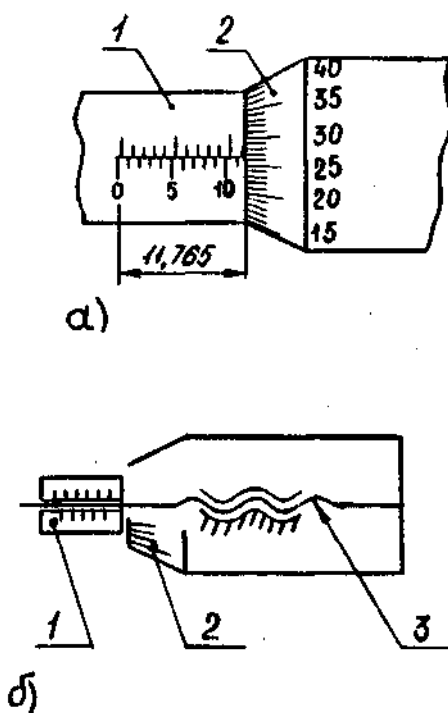


Рисунок 4 – Отсчетное устройство микрометрических инструментов:
а) отсчет, соответствующий 11,765 мм; б) кинематическая схема

Рассмотрим кинематическую схему. Шаг микровинта 3 (см. рис. 4, б) 0,5 мм, следовательно, одному обороту микровинта и жестко скрепленному с ним барабану соответствует линейное перемещение торца барабана на одно деление, равное 0,5 мм. Круговая шкала барабана имеет 50 делений, т. е. поворот барабана на одно деление относительно продольного штриха стебля будет соответствовать величине 0,01 мм.

Для определения размера измеряемой детали производят отсчет по двум отсчетным устройствам и суммируют их. Отсчет по микрометру (см. рис. 4) будет равен $11,5 + 0,265 = 11,765$ мм (третий десятичный знак взят «на глаз»).

Перед началом измерений проверяется нулевая установка микрометра. Если она сбита, установка на нуль осуществляется в следующем порядке (см. рис. 3):

– устанавливают микрометр в исходное положение. Для этого у микрометров с пределами измерений 0–25 мм вращают микрометрический винт за трещотку, приводят в соприкосновение измерительные поверхности торцов микровинта 5 и пятки. У микрометров с пределами измерений 25–50 мм и более для этой операции используется специальная установочная мера;

- закрепляют микровинт 5 стопором 4;
- отворачивают установочный колпачок 7 на пол-оборота;
- барабан 6 поворачивают до совпадения нулевого штриха круговой шкалы на барабане с продольным штрихом на стебле 3;
- закрепляют барабан 6 колпачком 7;
- освобождают микровинт;
- проверяют установку микрометра на нуль и в случае несовпадения нулевого штриха на барабане с продольным штрихом на стебле повторяют операции в той же последовательности.

После установки на нуль проводят измерения. Для этого измеряемую деталь зажимают между измеряемыми поверхностями, вращая барабан за трещотку. При возникновении холостого прокручивания трещотки (при этом слышится характерный треск) микровинт зажимают стопором 4 и производят отсчёт по отсчётному устройству.

2.3 Устройство рычажной скобы

Общий вид и принципиальная схема устройства рычажной скобы (РС) показаны на рис. 5. РС состоит из подвижной пятки 1, которая с рычагом 2 образует синусный механизм, зубчатого сектора 3, зубчатого колеса 4, стрелки 5, шкалы 6, спиральной пружины (волоска) 7, пружины 8, создающей измерительное усилие, арретира 9, установочной пятки 10, зажима 11, предохранительной крышки 12, указателей границ поля допуска 13, винта 14, перемещающего установочную пятку, предохранительного колпачка 15.

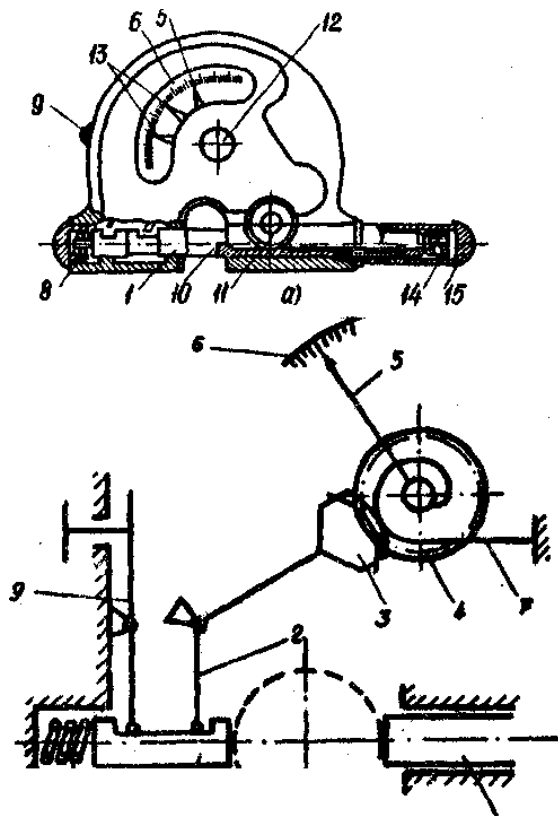


Рисунок 5 – Рычажная скоба:
а) общий вид; б) принципиальная схема устройства

В РС при измерении подвижная пятка 1, перемещаясь, воздействует на двуплечий рычаг 2, зубчатый сектор которого поворачивает зубчатое колесо 4 и стрелку 5, неподвижно закрепленную на его оси. Спиральная пружина 7 замыкает кинематическую цепь, устраняя таким образом «мертвый ход». Арретир 9 служит для отвода подвижной пятки 1 при измерениях или настройке.

РС настраивается на размер по концевым мерам длины или образцовой детали. При настройке установочная пятка 10 перемещается винтом 14 и закрепляется зажимом 11. Винт 14 закрывается колпачком 15, который предохраняет настройку скобы от сбоя. Положение указателей 13 регулируют винтами, сняв крышку 12.

3 ОСОБЕННОСТИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ НЕСКОЛЬКИХ ГРУПП ИЗМЕРЕНИЙ

Для совместной обработки результатов измерений необходимо проверить их на однородность, т. е. фактически должен быть измерен один и тот же размер. Об этом судят по расхождению средних арифметических значений результатов по группам измерений, которое должно находиться в установленных пределах. Неоднородные результаты измерений совместно обрабатывать нельзя!

Чтобы определить алгоритм статистической обработки, необходимо установить равнозначность результатов групп измерений. Об этом судят по степени расхождения по группам измерений среднеквадратических отклонений (или дисперсий). Если это расхождение находится в допустимых пределах, то результаты измерений считаются равнозначными, и их обрабатывают как единую совокупность результатов многократных измерений. В противном случае группы измерений рассматриваются как неравнозначные, и при их статистической обработке необходимо вводить дополнительную статистическую характеристику – вес, определяемый по формуле (2).

4 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1 Ознакомиться с общей частью методического руководства (раздел 3) и подготовить протоколы отчета (Приложение А).

2 Получить задание у преподавателя (Приложение Б).

3 Проверить приборы и подготовить их к измерениям.

4 Выполнить эскиз детали.

5 Определить основные метрологические характеристики используемых средств измерений и заполнить таблицу 1 Приложения А.

6 Произвести измерения размера деталей и занести результаты в таблицу 2 Приложения А.

7 Найти среднее арифметические значения выборок:

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{ij=1}^n x_{ij}, \quad (6)$$

где \bar{x}_j – среднее арифметическое значение j -выборки;

n_j – объём выборки;

x_{ij} – результат измерения;

j – индекс выборки;

i – индекс замера.

8 Найти дисперсию в группах:

$$S_j^2 = \sum_{i=1}^{n_j} (\bar{x}_j - x_{ji})^2 / (n_j - 1). \quad (7)$$

9 Проверить гипотезу о постоянстве средних арифметических с помощью критерия Фишера.

9.1 Рассчитать среднее арифметическое значение по всем группам:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^m \bar{x}_j}{m}, \quad (8)$$

где m – число групп.

9.2 Рассчитать оценку межгрупповой дисперсии:

$$S_m^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m n_j (\bar{x}_j - \bar{X})^2. \quad (9)$$

9.3 Определить расчетное значение коэффициента Фишера:

$$F = \frac{S_m^2}{S_B^2}. \quad (10)$$

9.4 Проверить неравенство $F \leq F_{f_1, f_2, \alpha}$, тогда различие в действительных значениях размеров незначительно. $F_{f_1, f_2, \alpha}$ – табличное значение квантиля распределения Фишера при числе степеней свободы $f_1 = m - 1$, $f_2 = m(n - 1)$ и уровне значимости α определить по приложению В.

10 Проверить гипотезу о постоянстве дисперсии с помощью критерия Бартлетта.

10.1 Для каждой группы рассчитать дисперсию:

$$S_j^2 = \frac{1}{n_j - 1} \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ji} - \bar{x}_j)^2. \quad (11)$$

10.2 Рассчитать оценку внутригрупповой дисперсии:

$$S_B^2 = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m S_j^2. \quad (12)$$

10.3 Рассчитать значение χ^2 :

$$\chi^2 = \frac{3m \cdot n - 1}{3mn - 2m + 1} \left(m \cdot \ln S_B^2 - \sum_{j=1}^m \ln S_j^2 \right). \quad (13)$$

Проверить неравенство $\chi^2 \leq \chi_{f,l}^2$, тогда различия между оценками выборочных дисперсий допустимы. $\chi_{f,l}^2$ – табличное значение χ^2 при числе степеней свободы $f=m-1$ и вероятности P определить по Приложению Г.

11 Определить значения «весов»:

$$P_1 : P_2 : \dots : P_j = \frac{n_1}{S_1^2} : \frac{n_2}{S_2^2} : \dots : \frac{n_j}{S_j^2} \quad (14)$$

12 Определить весовое среднее арифметическое – оценку истинного значения измеряемой величины:

$$\overline{X}_p = \frac{\sum_{j=1}^m P_j \cdot \overline{x}_j}{\sum_{j=1}^m P_j} \quad (15)$$

13 Найти эмпирическую дисперсию $(S_j)^2$ средних арифметических j -тых групп:

$$(S_j)^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m (P_j (\overline{x}_j - \overline{X}_p)^2) \quad (16)$$

14 Определить среднеквадратическую погрешность весового среднего арифметического значения:

$$S_{\overline{x}} = \sqrt{\frac{(S_j)^2}{\sum_{j=1}^k P_j}} \quad (17)$$

15 Найти доверительную погрешность весового среднего арифметического:

$$\pm \Delta = \pm t_p(k) \cdot S_{\overline{x}} \quad (18)$$

где t_p – коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности P (Приложение Д);

k – число степеней свободы:

$$k = m \cdot (n_{\min} - 1) \quad (19)$$

где n_{\min} – объем наименьшей группы.

5 ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1 Что такое неравноточные измерения?

2 Почему, измеряя один и тот же размер различными приборами, мы получаем неодинаковые величины?

3 Перечислите основные элементы штангенциркуля.

4 Из каких основных деталей и узлов состоят микрометр и рычажная скоба?

5 В чем отличие абсолютных и относительных измерений?

6 В чем особенности расчета среднего весового?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Маркин, Н.С.** Основы теории обработки результатов измерений / Н.С. Маркин. – М. : Изд-во стандартов, 1991.
2. **Тойберт, П.** Оценка точности результатов измерений / П. Тойберт. – М. : Энергоатомиздат, 1988.
3. **Тейлор, Дж.** Введение в теорию ошибок / Дж. Тейлор. – М. : Мир, 1985.

ФГБОУ ВПО РГУПС

Кафедра «Основы проектирования машин»
Дисциплина «Метрология, стандартизация и сертификация»

Группа _____ Студент _____ Дата _____

ПРОТОКОЛ

Лабораторная работа № _____

Статистические оценки точности результатов неравноточных измерений

1 Цель работы: _____

2 Оборудование _____

3. Эскиз измеряемой детали № _____

4. Метрологические характеристики средств измерения.

Таблица 1 – Метрологические характеристики приборов

Наименование прибора	Диапазон измерений	Цена деления основной шкалы	Цена деления дополнительной шкалы	Примечания
1. Штангенциркуль				
2. Микрометр гладкий				
3. Скоба рычажная				

5. Результаты измерений.

(прибор _____, оператор _____),

(прибор _____, оператор _____),

(прибор _____, оператор _____).

Таблица 2 – Результаты измерений

№ п/п	Размер, мм	№ п/п	Размер, мм	№ п/п	Размер, мм
1		6		11	
2		7		...	
3		8		
4		9		...	
5		10		...	

(Таблица повторяется в зависимости от числа выборок)

6. Расчёт средних арифметических, дисперсий в группах и весов.

Таблица 3 – Результаты статистической обработки групп измерений

№ выборки j	Объём выборки n_j	Среднее арифметическое \bar{x}_j	Дисперсия S^2_j	«Вес» P_j

7. Расчёт общих параметров и оценка точности определения размера: $\bar{X}_p, (S_p)^2, \Delta$.

8. Выводы:

8.1. О том, какая выборка наиболее точна _____

8.2. О величине погрешности измерений _____

8.3. О предполагаемом качестве размера детали _____

Подпись студента _____ Подпись преподавателя _____

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Индивидуальные задания

№ п/п	Измеряемый размер, мм	Оператор	Объём группы	Измерительные приборы		
				штанген-циркуль	микрометр гладкий	скоба рычажная
1		1	12	+		+
2		2	15		+	+
3		3	20	+	+	
4		4	14	+		+
5		5	18		+	+
6		6	10	+	+	

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Значения верхних 5 %-ных точек распределения Фишера $F_{0,05}$

f_1	Число степеней свободы, f_2									
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	∞
3	3,71	3,29	3,10	2,99	2,92	2,87	2,84	2,81	2,79	2,60
4	3,48	3,06	2,87	2,76	2,69	2,64	2,61	2,58	2,56	2,37
6	3,22	2,79	2,60	2,49	2,42	2,37	2,34	2,31	2,29	2,09
8	3,07	2,64	2,45	2,34	2,27	2,22	2,18	2,15	2,13	1,94
12	2,91	2,48	2,28	2,16	2,09	2,04	2,00	1,97	1,95	1,75
16	2,83	2,38	2,18	2,07	1,99	1,94	1,90	1,87	1,85	1,64
50	2,64	2,18	1,97	1,84	1,76	1,70	1,66	1,63	1,60	1,35
∞	2,54	2,07	1,84	1,71	1,62	1,57	1,51	1,48	1,44	1,00

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Значения, удовлетворяющие условию $P(\chi^2 > \chi_\alpha^2) = 1 - P$

k	Доверительная вероятность P					
	0,800	0,900	0,950	0,985	0,990	0,995
1	1,64	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	3,22	4,61	5,98	7,38	9,21	10,60
3	4,64	6,25	7,81	9,35	11,30	12,80
4	5,99	7,78	9,49	11,10	13,30	14,90
5	7,29	9,24	11,10	12,80	15,10	16,70
6	8,56	10,60	12,60	14,40	16,80	18,50
7	9,80	12,00	14,10	16,00	18,50	20,30
8	11,00	13,40	15,50	17,50	20,10	22,00
9	12,20	14,70	16,90	19,00	21,70	23,60
10	13,40	16,00	18,30	20,50	23,20	25,20
11	14,60	17,30	19,70	21,90	24,70	26,80
12	15,80	18,50	21,00	23,30	26,20	28,30
13	17,00	19,80	22,40	24,70	27,70	29,80
14	18,20	21,10	23,70	26,10	29,10	31,30
15	19,30	22,30	25,00	27,50	30,60	32,80

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

Значения процентных пределов t в зависимости от k степеней свободы и от вероятности для распределения Стьюдента

$k \backslash P$	0,9	0,95	0,975	0,98	0,99	0,995
5	2,015	2,571	3,163	3,365	4,032	4,773
6	1,943	2,447	2,969	3,143	3,707	4,317
7	1,895	2,365	2,841	2,998	3,499	4,029
8	1,86	2,306	2,752	2,896	3,355	3,833
9	1,833	2,262	2,685	2,821	3,25	3,69
10	1,812	2,228	2,634	2,764	3,169	3,581
12	1,782	2,179	2,56	2,681	3,055	3,428
14	1,761	2,145	2,51	2,624	2,977	3,326
16	1,746	2,12	2,473	2,583	2,921	3,252
18	1,734	2,101	2,445	2,552	2,878	3,193
20	1,725	2,086	2,423	2,528	2,845	3,153
22	1,717	2,074	2,405	2,508	2,819	3,119
24	1,711	2,064	2,391	2,492	2,797	3,092
26	1,706	2,056	2,379	2,479	2,779	3,067
28	1,701	2,048	2,369	2,467	2,763	3,047
30	1,697	2,042	2,36	2,457	2,75	3,03
∞	1,645	1,96	2,241	2,326	2,576	2,807

Учебное издание

Рядченко Гавриил Викторович

Буракова Марина Андреевна

Бондаренко Вероника Александровна

Замыцкий Александр Алексеевич

**СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ
НЕРАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ**

Печатается в авторской редакции

Технический редактор Т.И. Исаева

Подписано в печать 15.07.15. Формат 60×84/16.

Бумага газетная. Ризография. Усл. печ. л. 1,16.

Тираж экз. Изд. № 50101. Заказ .

Редакционно-издательский центр ФГБОУ ВПО РГУПС.

Адрес университета: 344038, г. Ростов н/Д, пл. Ростовского Стрелкового Полка
Народного Ополчения, 2.