

РОСЖЕЛДОР
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ростовский государственный университет путей сообщения»
(ФГБОУ ВО РГУПС)

С.В. Кротов

РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ ФЕРМЫ

Учебно-методическое пособие
для практических занятий и расчетно-графических работ

Ростов-на-Дону
2017

УДК 539.3/6 (07) + 06

Рецензент – кандидат физико-математических наук, доцент В.П. Шехов

Кротов, С.В.

Расчет статически определимой фермы: учебно-методическое пособие для практических занятий и расчетно-графических работ / С.В. Кротов; ФГБОУ ВО РГУПС. – Ростов н/Д, 2017. – 44 с.: ил., прил. – Библиогр.: с. 38.

Основная цель учебного пособия заключается в организации самостоятельной работы студентов при подготовке к практическим занятиям и для расчетно-графических работ по дисциплинам «Строительная механика» и «Строительная механика машин».

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов технических специальностей и направлений подготовки всех форм обучения.

Одобрено к изданию кафедрой «Строительная механика».

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 МЕТОДОЛОГИЯ РАСЧЕТА СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ ФЕРМЫ.....	5
1.1 Общие сведения.....	5
1.2 Определение усилий в стержнях фермы.....	8
1.3 Построение линий влияния.....	13
2 ПРИМЕР РАСЧЕТА ПЛОСКОЙ ФЕРМЫ.....	23
2.1 Определение усилий в заданных стержнях фермы от постоянной нагрузки.....	24
2.1.1 Определение реакций в опорах фермы.....	24
2.1.2 Расчет усилий в заданных стержнях фермы от постоянной нагрузки.....	25
2.2 Определение усилий в заданных стержнях фермы от подвижной нагрузки.....	26
2.2.1 Построение линий влияния усилий в стержнях.....	26
2.3 Расчет на действие временной нагрузки.....	29
2.4 Сравнение величин усилий, полученных аналитически и по линиям влияния.....	30
2.5 Загружение линии влияния железнодорожной нагрузкой класса K	32
2.6 Определение эквивалентной нагрузки.....	34
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	38
ПРИЛОЖЕНИЕ 1.....	39
ПРИЛОЖЕНИЕ 2.....	40
ПРИЛОЖЕНИЕ 3.....	42

Введение

Стальные конструкции такие, как фермы, часто используются при строительстве железнодорожных транспортных сооружений – мостов, мостовых пролетов, перекрытий зданий, ангаров и т.п.

Важным назначением ферм является их использование вместо перекрытий из сплошного профиля (балки, стойки, колонны). Преимущества ферменных перекрытий особенно ощущается, когда требуется перекрыть пролеты величиной несколько десятков метров, что невозможно сделать при помощи сплошных балок, к тому же стандартные размеры выпускаемого металлопроката лежат в ограниченных пределах.

Серьезным преимуществом применения ферм вместо балок сплошного профиля является снижение металлоемкости конструкции. Так, при использовании фермы вместо сплошной балки, рассчитанных на одинаковую нагрузку, при большой ее длине потребует значительно меньшего количества металла, причем в разы, и, следовательно, в разы снизится и вес всей конструкции. Это позволит упростить требования к таким элементам сооружения моста, как опоры и фундамент. К тому же монтаж более легких конструкций позволит использовать строительную технику меньших мощностей. Это ведет к снижению затрат на строительство сооружения в целом.

Фермы, а точнее, стержни, из которых они состоят, несут на себе подвижную, постоянно меняющуюся нагрузку, например, это положение подвижного состава на всевозможных мостовых перекрытиях.

Знание способов расчета ферм, умение применить методы расчета к всевозможным типам ферм, владение современными методами расчета усилий в стержнях в зависимости от расположения подвижной нагрузки на сооружении представляют собой важные задачи, поскольку речь идет о безопасности движения.

Настоящее учебное пособие имеет цель разъяснить студентам выполнение задания из расчетно-графической работы по теме «Расчет плоской статически определимой фермы».

Прежде чем приступить к выполнению расчета, студентам необходимо по рекомендуемой литературе изучить следующие вопросы из теории плоских ферм:

- кинематический анализ фермы;
- определение опорных реакций аналитическим способом;
- выявление нулевых стержней в схеме фермы;
- аналитические способы определения внутренних усилий;
- построение линий влияния усилий в стержнях различных ферм;
- определение усилий по линиям влияния;
- загрузка треугольной линии влияния железнодорожной нагрузкой.

В данном учебном пособии приводятся краткие методологические сведения из теории расчета плоских ферм и пример расчета фермы с подробными пояснениями и иллюстрациями.

1 МЕТОДОЛОГИЯ РАСЧЕТА ПЛОСКОЙ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ ФЕРМЫ

1.1 Общие сведения

Ферма – это геометрически неизменяемое сооружение, расчетной схемой которого является система, как правило, прямолинейных стержней, соединенных по концам идеальными (без учета трения) шарнирами. Если говорят о плоской ферме, это значит, что стержни фермы и нагрузки лежат в одной плоскости.

Известно, что статически определимой фермой называют сооружение, в котором все внутренние усилия можно определить при помощи уравнений статики. Такие параметры, как осадка опор, характеристики поперечных сечений стержней, свойства материала, действие температуры в уравнения равновесия не входят и на величину внутренних усилий не влияют.

Стержни фермы соединяются в точках, называющихся узлами; здесь и предполагается передача нагрузки в конструкции. Тем самым стержни фермы работают только на растяжение или сжатие.

Это обеспечивает большую экономичность ферм по сравнению с балками, поскольку в балках при изгибе присутствуют напряжения разного знака и они распределены неравномерно по поперечному сечению. А в стержнях ферм нормальные напряжения одинаковы во всех точках поперечного сечения, поэтому материал стержней используется полностью и, следовательно, вес фермы всегда меньше веса аналогичной балки.

Стержни, расположенные сверху и снизу по контуру фермы, образуют соответственно верхний «*O*» и нижний «*U*» пояса (рис. 1). Стержни, расположенные между поясами, образуют решетку фермы. Наклонные стержни решетки фермы называют раскосами «*D*», вертикальные – стойками «*V*». Различают восходящие и нисходящие раскосы, в зависимости от езды слева направо или

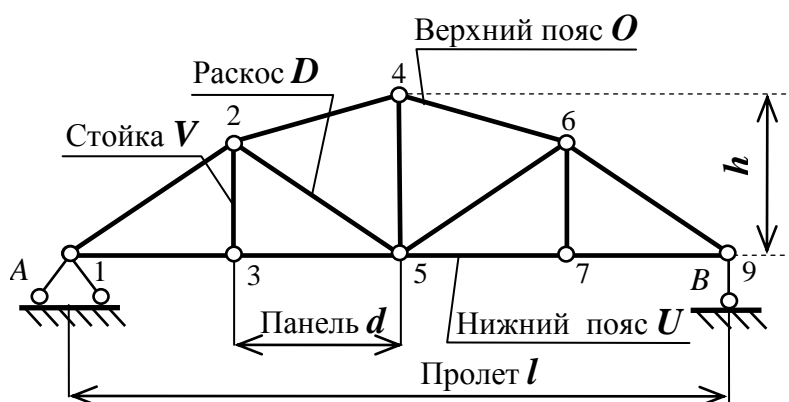


Рис. 1.1

наоборот. Расстояние между осями опор фермы называется длиной пролета «*l*». Расстояние между осями соседних шарниров пояса называется длиной панели «*d*». Расстояние между наиболее удаленными осями шарниров верхнего и нижнего поясов фермы по вертикали называется высотой «*h*».

При расчете фермы нам потребуется установить связь между внешней нагрузкой, реактивными усилиями в опорах и определяемыми усилиями в стержнях.

В настоящем пособии освещаются три известных способа определения усилий в стержнях ферм:

- способ вырезания узлов;
- способ моментных точек;
- способ проекций.

Способ замены стержней в основном используется для расчета ферм со сложной решеткой стержней.

При определении усилий будем считать неизвестные усилия растягивающими стержни. Если результат получается со знаком «минус», то это говорит о том, что стержень сжат, а если со знаком «плюс» – растянут. Это правило касается всех способов определения усилий.

Способ вырезания узлов. Выполняется сечение вокруг узла. Внутренние усилия в рассеченных стержнях предполагаются предварительно растягивающими, то есть направленными от сечения, после чего составляются уравнения равновесия: $\sum X = 0$; $\sum Y = 0$.

Расчет следует начинать с узла, в котором сходится не более двух стержней. Усилия, найденные из расчета предыдущего узла, передаются на рассматриваемый узел как известные с учетом полученных знаков.

Способ моментных точек. В соответствии с этим способом ферма рассекается на две части так, чтобы в сечении оказались три стержня, направления осей которых не пересекаются в одной точке.

Составляется уравнение $\sum M = 0$, выражающие равенство нулю моментов внешних и внутренних сил, действующих на отсеченную часть фермы относительно точки, где пересекаются направления осей двух из них. Составленное таким образом уравнение будет содержать в качестве неизвестного усилие в третьем стержне.

Точка, относительно которой составляется уравнение моментов, называется моментной точкой.

Способ проекций. В тех случаях, когда моментная точка находится в бесконечности, например, если два стержня из трех рассеченных параллельны, уравнения равновесия $\sum X = 0$; $\sum Y = 0$ составляются из условия равенства нулю проекций всех сил, действующих на осеченную часть фермы, на ось, перпендикулярную к этим двум стержням. Из уравнения находится усилие в третьем стержне.

При расчете плоских ферм выбирают наиболее рациональный способ, так как у каждого из них есть свои достоинства. Так, способом вырезания узлов можно рассчитать всю ферму, а способами моментной точки и проекций – нет. При использовании этих способов в уравнения равновесия могут войти найденные ранее усилия в стержнях, а здесь возможны ошибки.

Необходимо умение выявлять нулевые стержни, в которых при определенных условиях усилия не возникают, а также стержни, усилия в которых

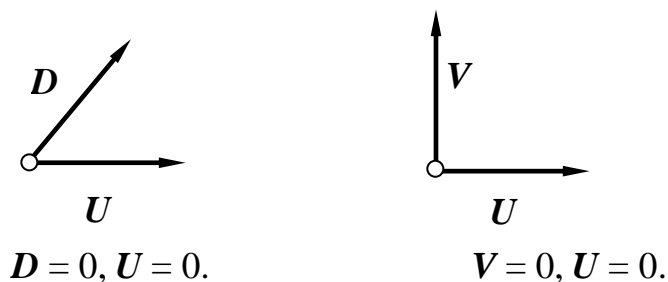


Рис. 1.2

можно определить быстро, опираясь на следующие признаки.

- Если в узле сходятся два стержня и к этому узлу не приложена внешняя нагрузка, то усилия в этих стержнях равны нулю (рис. 1.2).
- Если в узле сходятся три стержня, два из которых лежат на одной прямой, и к этому узлу не приложена внешняя нагрузка, то усилия в этих двух стержнях будут равны по величине и знаку, а усилие в третьем равно нулю (рис. 1.3).

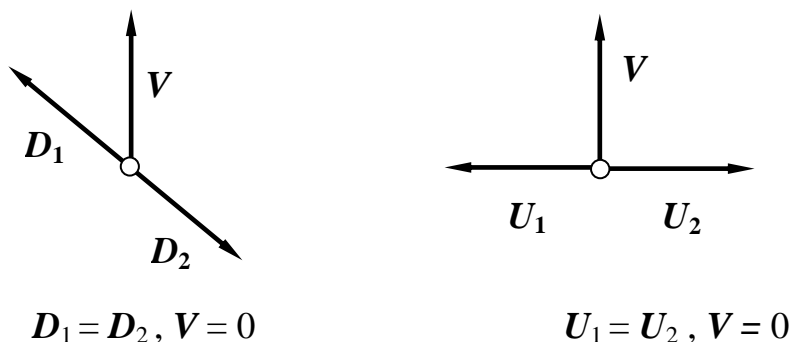


Рис. 1.3

- Если в узле сходятся три стержня, два из которых лежат на одной прямой, и к этому узлу приложена внешняя нагрузка F , лежащая на одной прямой с третьим стержнем, то усилия в первых стержнях будут

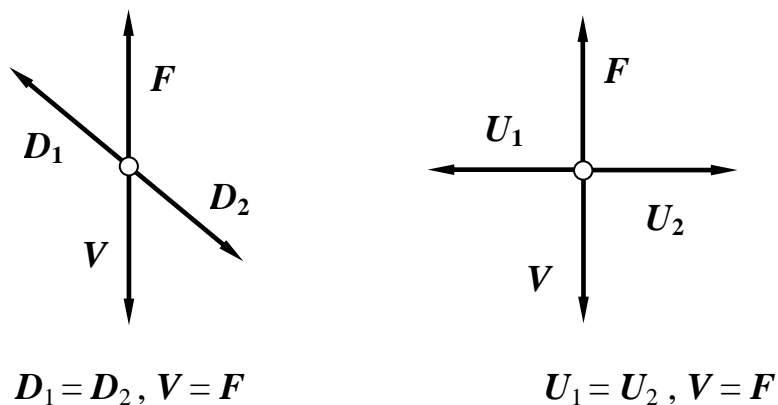


Рис. 1.4

равны по величине и знаку, а усилие в третьем будет равно силе F (рис. 1.4).

- Если в узле сходятся четыре стержня, попарно лежащие на одной прямой, и к этому узлу не приложена внешняя нагрузка, то усилия в этих парных стержнях будут равны по величине и знаку (рис. 1.5).

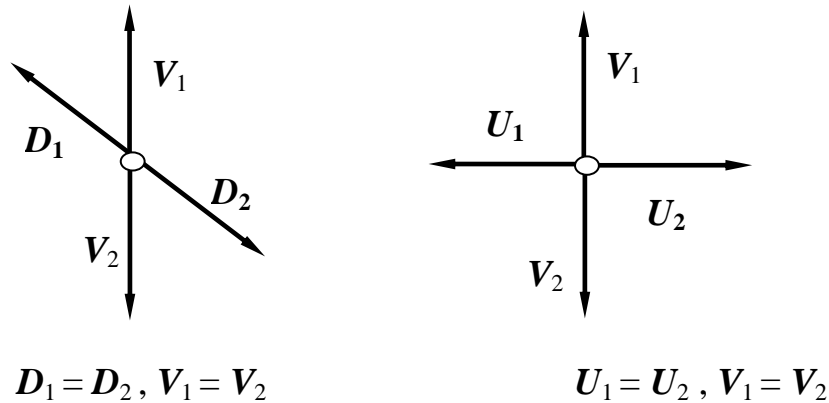


Рис. 1.5

мой, и к этому узлу не приложена внешняя нагрузка, то усилия в этих парных стержнях будут равны по величине и знаку (рис. 1.5).

1.2 Определение усилий в стержнях фермы

Рассмотрим ферму, представленную на рис. 1.6.

Убедимся в статической определимости фермы и ее геометрической неизменяемости.

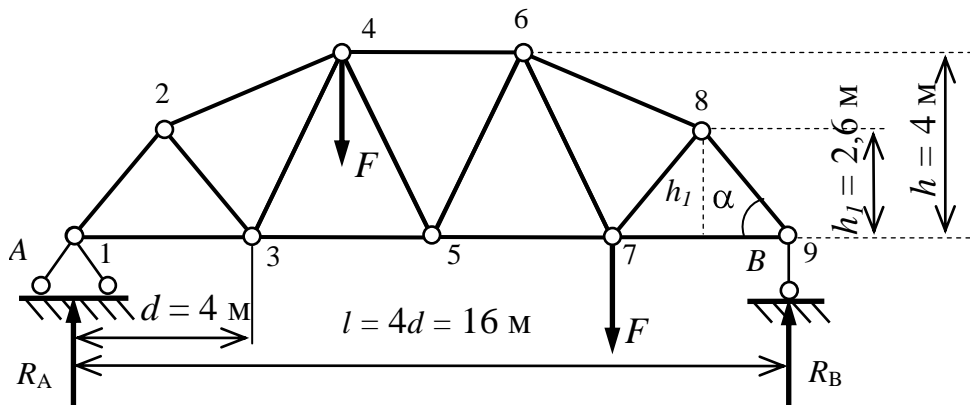


Рис. 1.6

Степень подвижности фермы:

$$W = 3D - 2Ш - C_{оп} = 3 \cdot 15 - 2 \cdot 21 - 3 = 0,$$

где D – количество дисков, в данном случае за диск принят каждый стержень, являющийся неделимой частью сооружения, равно 15;

$Ш$ – количество шарниров, соединяющих стержни, равно 21. Кратность шарнира определяется как $n-1$, то есть количество стержней, сходящихся в узле, минус единица;

$C_{оп}$ – количество опорных связей, равно 3.

Условие необходимого минимума связей соблюдено, то есть $W = 0$, что означает неподвижность фермы и ее статическую определимость.

Теперь надо убедиться в правильности постановки опорных связей и порядке геометрического образования фермы.

Констатируем, что ферма геометрически неизменяема, поскольку к треугольнику 123, являющемуся диском (его можно назвать базовым), присоединены стержни 24 и 34, образуя диск 234. Остальная часть фермы образована таким же способом. Рассуждая последовательно, можно прийти к выводу, что все пролётное строение фермы является жёстким диском.

Три минимально необходимые опорные связи наложены таким образом, что они не параллельны и не пересекаются в одной точке.

Целесообразно использовать для анализа фермы следующую формулу: степень подвижности фермы также должна удовлетворять условию $W = 0$:

$$W = 2U - C_\phi - C_{оп} = 2 \cdot 9 - 15 - 3 = 0,$$

где $U = 9$ – число узлов фермы, включая опорные;

$C_\phi = 15$ – число стержней фермы;

$C_{оп} = 3$ – число опорных связей.

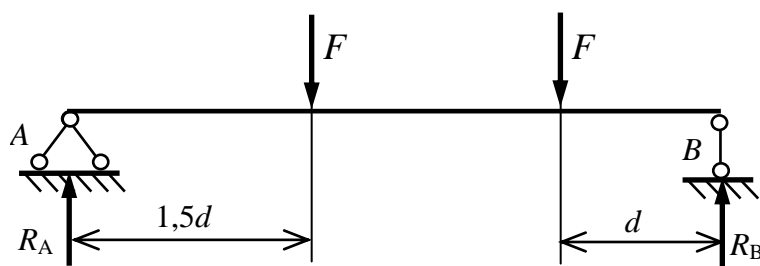


Рис. 1.7

И в этом случае обязательно нужно проводить анализ структуры фермы, установить ее геометрическую неизменяемость.

В начале расчета обязательно определяются реакции в опорах вследствие нагрузки без учета собственного веса фермы.

Ферму можно представить в виде эквивалентной ей балки по условиям нагружения и размерам (рис. 1.7).

$$\sum M_B = 0; \quad R_A \cdot 4d - F \cdot 2,5d - F \cdot d = 0;$$

$$R_A = \frac{F \cdot 3,5d}{4 \cdot d} = 0,875F.$$

$$\sum M_A = 0; \quad R_B \cdot 4d - F \cdot 1,5d - F \cdot 3d = 0;$$

$$R_B = \frac{F \cdot 4,5d}{4 \cdot d} = 1,125F.$$

Проверка.

$$\sum Y = 0; \quad R_A + R_B = 2F;$$

$$0,875F + 1,125F = 2F.$$

Реакции найдены верно.

Теперь переходим к непосредственному определению усилий в стержнях. Вырезаем узел 9 (рис. 1.8). Уравнение равновесия:

$$\sum Y = 0; \quad O_{8-9} \cdot \sin\alpha + R_B = 0;$$

По рис. 1.8 найдем

$$\sin\alpha = \frac{h_1}{\sqrt{h_1^2 + 0,5d^2}} = \frac{2,6}{\sqrt{2,6^2 + 2^2}} = 0,793.$$

Откуда $\alpha = 52,43^\circ$.

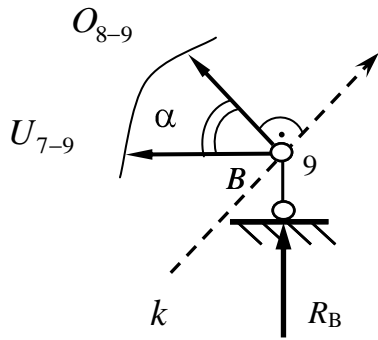


Рис. 1.8

Тогда

$$O_{8-9} = -\frac{1,125F}{\sin\alpha} = -\frac{1,125F}{0,793} \approx -1,42F.$$

Уравнение равновесия:

$$\sum X = 0; \quad -O_{8-9} \cdot \cos\alpha - U_{7-9} = 0;$$

$$U_{7-9} = -(-1,42F) \cdot 0,61 \approx 0,87F.$$

Усилие U_{7-9} найдем еще и другим способом, спроецировав его и реакцию на ось k , перпендикулярную стержню O_{8-9} :

$$\sum k = 0; \quad R_A \cdot \cos\alpha - U_{7-9} \cdot \cos 90 - \alpha = 0;$$

Тогда

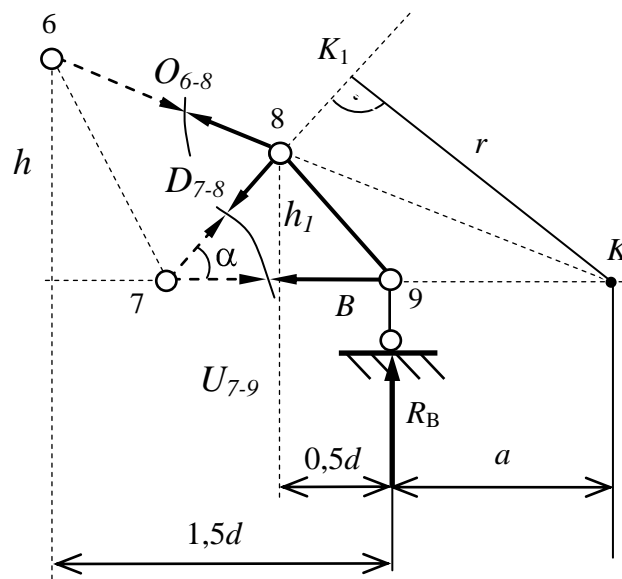


Рис. 1.9

$$U_{7-9} = R_A \frac{0,61}{0,793} = 1,125F \cdot 0,769 \approx 0,87F.$$

Итак, стержень верхнего пояса O_{8-9} сжат, а стержень нижнего пояса U_{7-9} растянут.

Проведем сечение (рис. 1.9) с целью определения усилия в раскосе D_{7-8} . Мысленно отбросим левую часть фермы и рассмотрим правую – здесь меньше стержней.

Находим точку K пересечения стержней O_{6-8} и U_{7-9} , она находится за пределами фермы. При составлении уравнения относительно моментной точки K эти стержни будут исключены из рассмотрения. Плечо r – перпендикуляр из точки K в точку K_1 на ось стержня D_{7-8} . Уравнение равновесия:

$$\sum M_K = 0 ; -D_{7-8} \cdot r + R_B \cdot a = 0.$$

Расстояние « a » определим из пропорции для подобных треугольников (рис. 1.9):

$$\frac{h}{1,5d + a} = \frac{h_1}{0,5d + a},$$

откуда

$$4 \cdot 0,5 \cdot 4 + a = 2,6 \cdot 1,5 \cdot 4 + a, \quad a = 5,43 \text{ м.}$$

Теперь можно найти перпендикуляр « r ».

Из прямоугольного треугольника $\square K_1 7 K$ выразим $\sin \alpha = \frac{r}{d + a}$ и найдем

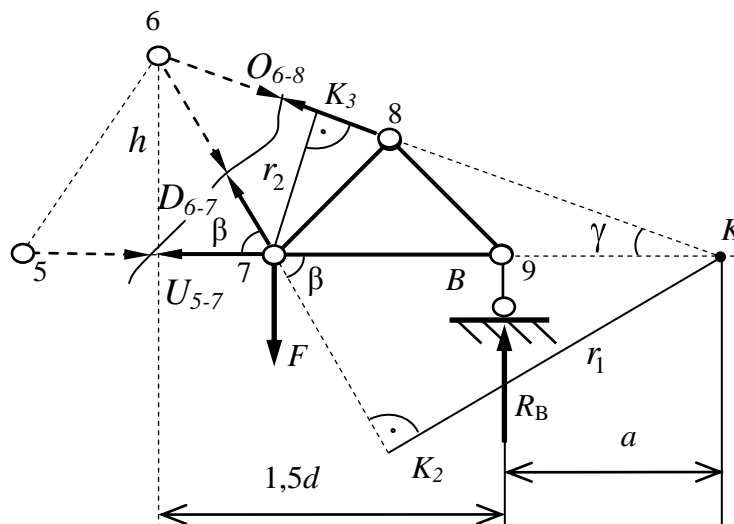


Рис. 1.10

$$r = \sin \alpha \cdot d + a = 0,793 \cdot 4 + 5,43 = 7,47 \text{ м,}$$

здесь $\sin \alpha = 0,793$, что найдено нами ранее.

Теперь находим:

$$D_{7-8} = \frac{R_B \cdot a}{r} = \frac{1,125F \cdot 5,43}{7,47} \approx 0,82F,$$

откуда заключаем, что стержень D_{7-8} растянут.

Выполняем сечение с целью определения усилия D_{6-7} , как показано на рис. 1.10.

Моментной точкой служит $(\cdot)K$. Плечо r_1 – перпендикуляр из точки K на ось стержня D_{6-7} .

Уравнение равновесия:

$$\sum M_K = 0; D_{6-7} \cdot r_1 - F \cdot d + a + R_B \cdot a = 0.$$

Найдем угол $\angle \beta$:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{h}{0,5d} = \frac{4}{2} = 2, \quad \angle \beta = 63,43^\circ.$$

В прямоугольном треугольнике $\square K_27K$ выразим:

$$\sin \beta = \frac{r_1}{d + a}.$$

Одновременно

$$\sin \beta = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} = \frac{2}{\sqrt{1 + 2^2}} = 0,894.$$

Тогда

$$r_1 = \sin \beta \cdot d + a = 0,894 \cdot 4 + 5,43 = 8,43 \text{ м.}$$

Определяем усилие D_{6-7} :

$$D_{6-7} = \frac{F \cdot d + a - R_B \cdot a}{r_1} = \frac{F \cdot 4 + 5,43 - 1,125F \cdot 5,43}{8,43} \approx 0,4F,$$

стержень D_{6-7} растянут.

При помощи этого сечения можно определить усилие O_{6-8} , найдя моментную точку 7, где пересекаются два стержня D_{6-7} и U_{5-7} , входящих в сечение. Плечо r_2 – перпендикуляр из точки 7 на ось стержня D_{6-8} .

Тогда уравнение равновесия

$$\sum M_7 = 0; O_{6-8} \cdot r_2 + R_B \cdot d = 0.$$

Находим из прямоугольного треугольника $\square K_37K$:

$$\sin \gamma = \frac{r_2}{d + a}.$$

Одновременно

$$\sin \gamma = \frac{h}{1,5d + a} = \frac{4}{1,5 \cdot 4 + 5,43} = 0,35.$$

Тогда

$$r_2 = \sin \gamma \cdot d + a = 0,35 \cdot 4 + 5,43 = 3,3 \text{ м.}$$

Искомое усилие

$$O_{6-8} = -\frac{R_B \cdot d}{r_2} = -\frac{1,125F \cdot 4}{3,3} \approx -1,36F,$$

стержень O_{6-8} сжат.

Чтобы определить усилие в стержне U_{5-7} , нужно, используя предыдущее сечение, найти моментную точку 6, где пересекаются стержни D_{6-7} и O_{6-8} , которые не войдут в уравнение равновесия.

Плечом от моментной точки 6 до оси стержня U_{5-7} является перпендикуляр « h », высота фермы. Уравнение равновесия:

$$\sum M_6 = 0; U_{5-7} \cdot h + F \cdot 0,5d - R_B \cdot 1,5d = 0.$$

Откуда

$$U_{5-7} = \frac{R_B \cdot 1,5d - 0,5 \cdot 4 \cdot F}{h} = \frac{1,125F \cdot 1,5 \cdot 4 - 2F}{4} \approx 1,2F,$$

стержень U_{5-7} растянут.

Выполняем сечение, как показано на рис. 1.11, чтобы определить усилие в стержне D_{5-6} , и мысленно отбрасываем левую часть фермы.

Стержни верхнего O_{4-6} и нижнего U_{5-7} поясов, входящие в сечение, не имеют точки пересечения, они параллельны.

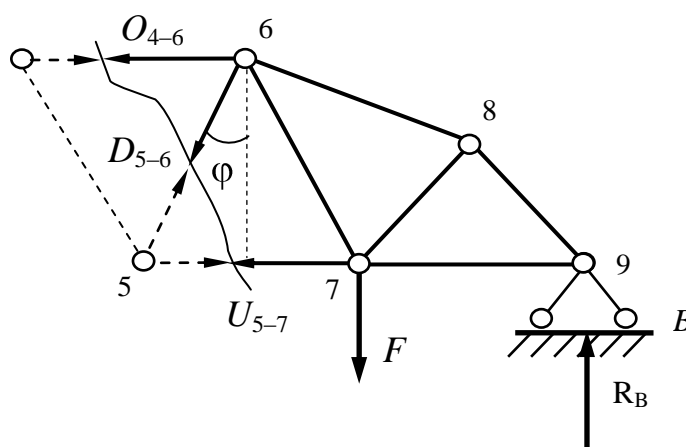


Рис. 1.11

Значит, они не войдут в уравнение проекций сил на вертикальную ось Y :

$$\sum Y = 0; -D_{4-5} \cdot \cos\varphi - F + R_B = 0.$$

Находим

$$\cos\varphi = \frac{h}{\sqrt{h^2 + 0,5d^2}} = \frac{4}{\sqrt{4^2 + 2^2}} = 0,894.$$

Тогда

$$D_{5-6} = \frac{-F + R_B}{\cos\varphi} = \frac{-F + 1,125F}{0,894} = 0,14F,$$

и знак плюс говорит о том, что стержень D_{4-5} растянут при данной нагрузке.

1.3 Построение линий влияния

При построении линии влияния усилия в стержне фермы необходимо составить аналитическое выражение для определения усилия в зависимости от положения движущегося по ферме груза $\bar{F} = 1$. Все рассмотренные выше способы определения усилий в стержнях подходят и для получения закона изменения усилия в том или ином стержне при различном положении подвижной нагрузки на ферме.

Необходимо понимать, для построения графика изменения усилия в каком-либо стержне, то есть его линии влияния, ферма нагружается только подвижным грузом $\bar{F} = 1$.

В этом случае постоянные нагрузки q и F_1 в уравнение равновесия не войдут. Поэтому в уравнениях равновесия будут лишь искомые усилия и реактивные усилия фермы при загрузении ее единичным грузом.

Аналитическое выражение усилия нужно показать в виде графика – линии влияния, который строится в определенном масштабе.

Указывают положение подвижной нагрузки: на нижнем поясе (езда понизу) и на верхнем поясе (езда поверху), поскольку линии влияния одного и того же усилия при езде поверху и понизу могут иметь различное начертание в пределах разрезанных панелей. В рассматриваемых ниже примерах движущийся груз $\bar{F} = 1$ располагается на нижнем – ездовом поясе фермы (рис. 2.2, 2.3, 2.4). Это положение относится и к линиям влияния, построенным с помощью способа вырезания узлов.

Выделяют три характерных участка линии влияния – за пределами вырезанного узла и разрезанных панелей; показывают экстремальные ординаты линии влияния, а также ординаты под сосредоточенными грузами или при загрузке системой подвижных грузов.

При использовании метода сечений ферма после удаления стержней, пересекаемых сечением, разделяется на левый и правый диски по отношению к разрезанной панели. Поэтому прямолинейные участки в пределах левого и правого дисков и называют левой и правой ветвями линии влияния. Прямолинейный участок линии влияния в пределах рассеченной панели называется передаточной прямой. Она строится на основании предположения, что единичный груз движется как бы по вспомогательной (передаточной) балке, опирающейся на узлы рассеченной панели фермы.

Рекомендуется перед построением линии влияния усилий в стержнях ферм строить линии влияния опорных реакций, совпадающими с линиями влияния опорных реакций в балках.

По сути линии влияния усилий в стержнях фермы представляют собой законы изменения величин реакций в зависимости от положения подвижного груза на ездовом поясе.

Усилия в стержнях по линиям влияния в случае действия сосредоточенных грузов и распределенной нагрузки определяются по формуле:

$$S_i = \sum_{k=0}^n F_k y_k + \sum_{l=0}^m q_l \cdot \omega_l,$$

где F_k – узловые нагрузки;

y_k – ординаты линии влияния под узловыми нагрузками;

n – количество сосредоточенных грузов;

q_l – распределенные нагрузки;

ω_l – площадь линии влияния под распределенной нагрузкой;

m – количество участков под распределенной нагрузкой.

При расчете усилий по линиям влияния нужно помнить, что нагрузки: распределенная q , сосредоточенные F_1 и F_2 , направленные вниз, считаются положительными.

Для железнодорожной подвижной нагрузки составлены таблицы эквивалентных нагрузок. При определении усилий учитывается давление от колес локомотива на рельс, равное $24,5K$ кН, а показатель K является безразмерной величиной, равной усилию в килоньютонах на метр пути от колес вагонов. Так, для груженых вагонов класс нагрузки задается для капитальных сооружений $K = 14$.

При расчете фермы с таблицей 4 эквивалентных нагрузок (приложение 3) будем использовать треугольные линии влияния. Для пользования таблицей 4 понадобятся параметры линии влияния: λ – общая длина (в примерах расчета l); a – проекция наименьшего расстояния от вершины до конца линии влияния; $\alpha = \frac{a}{\lambda}$ – параметр положения вершины.

В случае если параметр положения вершины лежит в промежутке между 0 и 0,5, эквивалентная нагрузка определяется линейной интерполяцией.

Построим линии влияния в стержнях фермы, где определялись усилия.

Вначале построим линии реакций в опорах фермы, представив ее как двухопорную статически определимую балку.

Получим законы изменения реактивных усилий по рис. 2.1.

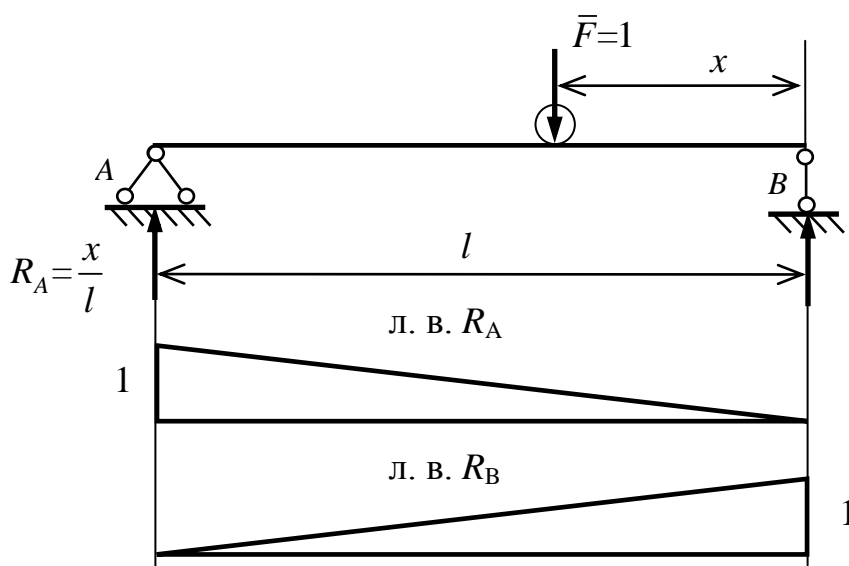


Рис. 2.1

Уравнение равновесия относительно опоры B :

$$\sum M_B = 0; R_A \cdot l - \bar{F} \cdot x = 0.$$

Откуда

$$R_A = \frac{x}{l},$$

так как единичный груз $\bar{F} = 1$.

При $x=0$ величина реакции равна $R_A=0$, а при $x=l$ величина реакции $R_A=1$. Откладываем в выбранном масштабе $+1$ над опорой A и соединяем с нулем опоры B , получаем линию влияния реакции R_A .

Уравнение равновесия относительно опоры A :

$$\sum M_A = 0; R_B \cdot l - \bar{F} \cdot l - x = 0.$$

Откуда

$$R_B = \frac{l-x}{l},$$

так как единичный груз $\bar{F} = 1$.

При $x=0$ величина реакции равна $R_B=1$, а при $x=l$ величина реакции $R_B=0$. Откладываем в выбранном масштабе $+1$ над опорой B и соединяем с нулем опоры A , получаем линию влияния реакции R_B .

Большинство линий влияния, которые предстоит построить, будут, так или иначе, выражаться зависимостью от реакций опор в ферме.

Проследим это на примере вышеозначенной фермы при построении линий влияния.

По рис. 1.8 уравнение равновесия, в предположении, что подвижный груз $\bar{F} = 1$ находится слева от сечения, будет выглядеть так:

$$\sum Y = 0; O_{8-9} \cdot \sin \alpha + R_B = 0.$$

Тогда

$$O_{8-9} = -\frac{R_B}{\sin \alpha} = -\frac{R_B}{0,7926} \approx -1,26R_B.$$

Левая ветвь линии влияния O_{8-9} представляет собой линию влияния правой опорной реакции, ординаты которой умножены на $-1,26$. Откладываем значение $-1,26$ под опорой B и соединяем с нулем опоры A (рис. 2.2).

Теперь подвижный груз $\bar{F} = 1$ находится справа от сечения и уравнение равновесия для «левых сил» будет выглядеть так:

$$\sum Y = 0; -O_{8-9} \cdot \cos 90 - \alpha + R_A = 0.$$

Тогда

$$O_{8-9} = \frac{R_A}{\cos 90 - \alpha} = \frac{R_A}{0,7926} \approx 1,26R_A.$$

Правая ветвь линии влияния O_{8-9} представляет собой линию влияния левой опорной реакции, ординаты которой умножены на $1,26$.

Откладываем значение $+1,26$ над опорой A и соединяем его с нулем опоры B (рис. 2.2).

Теперь надо определить положение передаточной прямой под рассеченной панелью нижнего пояса, по которому «движется» единичный груз.

Для этого левую точку рассеченной панели, а это точка 7, мысленно сносим на левую ветвь линии влияния усилия O_{8-9} , а правую точку 9 сносим на правую ветвь линии влияния усилия O_{8-9} и соединяем их (рис. 2.2).

Из подобия треугольников определяем максимальную ординату, она находится под правой силой F :

$$y_1 = \frac{3d}{4d} \cdot 1,26 = 0,95,$$

а также вторую ординату, находящуюся под левой силой F :

$$y_2 = \frac{1,5d}{4d} \cdot 1,26 = 0,47.$$

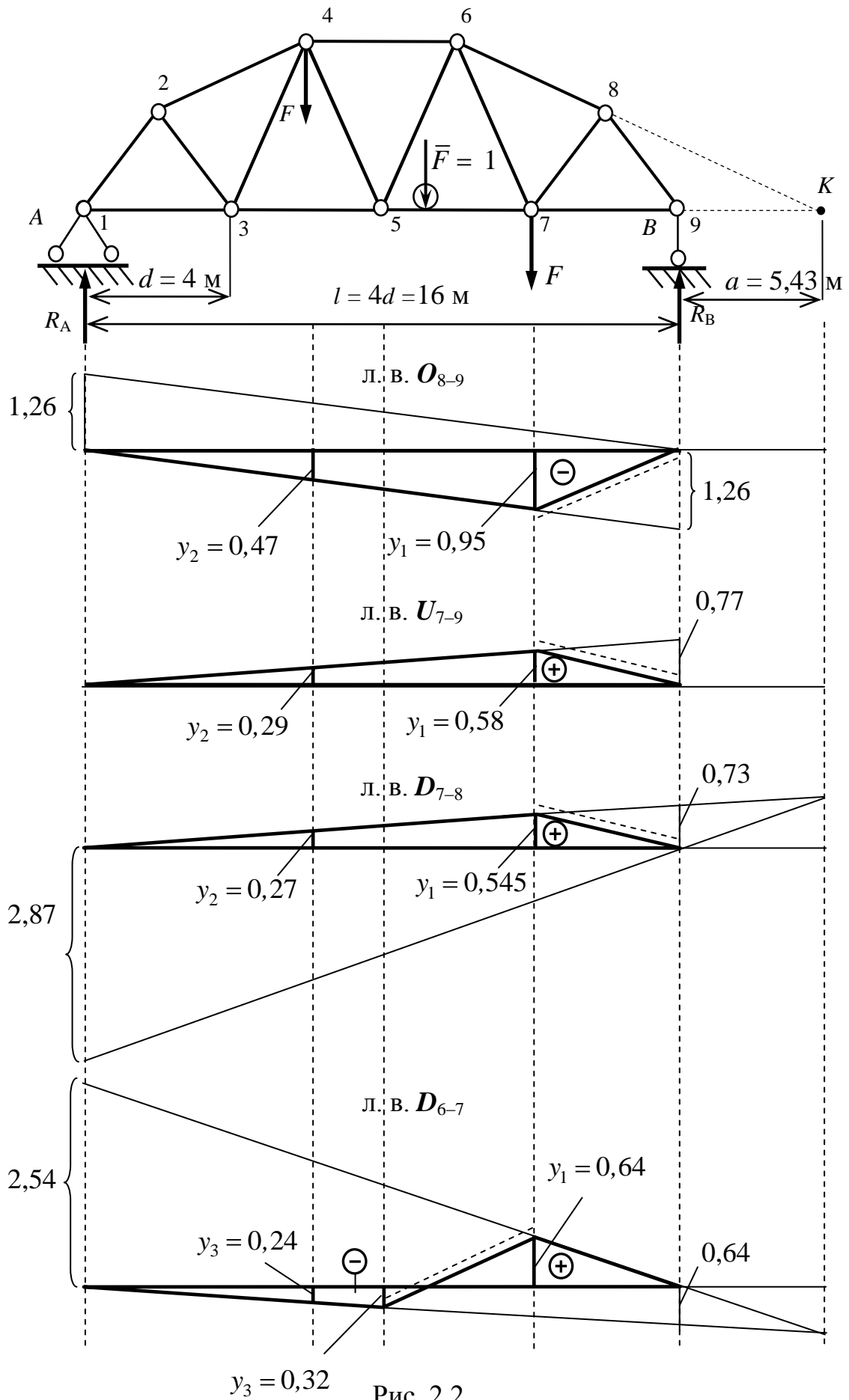


Рис. 2.2

Найдем значение усилия O_{8-9} по линии влияния и сравним его с аналитическим результатом:

$$O_{8-9} = F - y_1 - y_2 = F - 0,47 - 0,95 \approx 1,42F,$$

что совпало с аналитическим решением.

Линию влияния усилия U_{7-9} найдем, спроектировав его и реакцию на ось k по рис. 1.8. Уравнение равновесия, в предположении, что подвижный груз $\bar{F} = 1$ находится слева от сечения, имеет вид:

$$\sum k = 0; \quad R_A \cdot \cos \alpha - U_{7-9} \cdot \cos 90 - \alpha = 0;$$

тогда

$$U_{7-9} = R_A \frac{0,61}{0,793} \approx 0,77R_A.$$

Это значение отложим над опорой A и соединим с нулем опоры B . Получаем левую ветвь линии влияния усилия U_{7-9} . Снесем левую точку 7 разрезанной панели ездового пояса на левую же ветвь линии влияния, а правую точку 9 надо снести на правую ветвь линии влияния. Но правую ветвь можно и не строить, поскольку, как и в предыдущем случае, точка 9 попадает на нулевое значение на опоре B . Соединяем точки ветвей линии влияния, получаем передаточную прямую (рис. 2.2). Найдем характерные ординаты под силами F :

$$y_1 = \frac{3}{4} \cdot 0,77 \approx 0,58; \quad y_2 = \frac{1,5d}{4d} \cdot 0,77 \approx 0,29.$$

Получим усилие U_{7-9} по линии влияния

$$U_{7-9} = F y_1 + y_2 = F 0,58 + 0,29 \approx 0,87F,$$

что совпадает с полученным ранее значением.

Добавим, что выражение для линии влияния этого усилия можно получить и по рис. 1.9. Моментной точкой будет точка 8, и тогда уравнение равновесия правых сил, в предположении, что подвижный груз находится слева от сечения:

$$\sum M_8 = -R_B \cdot 0,5d + U_{7-9} \cdot h_1 = 0;$$

тогда

$$U_{7-9} = R_B \frac{2}{2,6} \approx 0,77R_B.$$

Далее линия влияния может быть построена, как показано ранее.

Выполняем построение линии влияния усилия D_{7-8} по рис. 1.9.

Подвижный груз $\bar{F} = 1$ находится слева от сечения. Уравнение равновесия сил, находящихся справа от сечения:

$$\sum M_K = 0; \quad -D_{7-8} \cdot r + R_B \cdot a = 0.$$

Тогда, учитывая ранее найденные r и a :

$$D_{7-8} = \frac{R_B \cdot a}{r} = \frac{R_B \cdot 5,43}{7,47} \approx 0,73R_B.$$

Откладываем это значение на опоре B , и соединяем с нулем опоры A , получая левую прямую (рис. 2.2).

Подвижный груз $\bar{F} = 1$ находится справа от сечения. Уравнение равновесия левых сил:

$$\sum M_K = 0; D_{7-8} \cdot r + R_A \cdot a + 4d = 0.$$

Тогда, учитывая ранее найденные значения r и a :

$$D_{7-8} = -\frac{R_A \cdot a + 4d}{r} = -\frac{R_A \cdot 5,43 + 4 \cdot 4}{7,47} \approx -2,87R_A.$$

Откладываем это значение под опорой A и соединяем с нулем опоры B , получая правую прямую (рис. 2.2).

Обе прямые сойдутся под моментной точкой K . Сносим левую точку 7 рассеченной панели ездового пояса на левую прямую, а правую точку 9 на правую прямую, она совпадет с нулем опоры B и получаем передаточную прямую (рис. 2.2).

Найдем характерные ординаты, находящиеся под силами F :

$$y_1 = \frac{3}{4} \cdot 0,73 \approx 0,55;$$

$$y_2 = \frac{1,5d}{4d} \cdot 0,73 \approx 0,27.$$

Получим усилие D_{7-8} по линии влияния

$$D_{7-8} = F \cdot y_1 + y_2 = F \cdot 0,55 + 0,27 \approx 0,82F,$$

что было получено ранее.

Строим линию влияния усилия D_{6-7} по рис. 1.10. Уравнение равновесия правой части фермы при положении единичного груза слева от сечения:

$$\sum M_K = 0; D_{6-7} \cdot r_1 + R_B \cdot a = 0.$$

Тогда

$$D_{6-7} = -\frac{R_B \cdot a}{r_1} = -\frac{R_B \cdot 5,43}{8,43} \approx -0,64R_A.$$

Отложим это значение под опорой B и соединим с нулем опоры A , получая левую прямую (рис. 2.2).

Уравнение равновесия левых сил при положении единичного груза справа от сечения:

$$\sum M_K = 0; -D_{6-7} \cdot r_1 + R_A \cdot a + 4d = 0.$$

Тогда

$$D_{6-7} = \frac{R_A \cdot a + 4d}{r_1} = \frac{R_A \cdot 5,43 + 4 \cdot 4}{8,43} \approx 2,54R_A.$$

Это значение откладываем над опорой A и соединяем его с нулем опоры B . Продолжая эту правую прямую далее, найдем точку K пересечения ее с левой прямой (рис. 2.2).

Снесем левую точку 5 на левую прямую, а правую точку 7 на правую, получая таким образом передаточную прямую (рис. 2.2).

Найдем характерные ординаты под силами F :

$$y_1 = \frac{1}{4} \cdot 2,54 \approx 0,64;$$

$$y_2 = -\frac{1,5d}{4d} \cdot 0,64 \approx -0,24.$$

Получим усилие D_{6-7} по линии влияния

$$D_{6-7} = F \cdot y_1 - y_2 = F \cdot 0,64 - 0,24 \approx 0,4F,$$

что подтверждает предыдущий расчет.

По рис. 1.10 построим линию влияния усилия O_{6-8} . Подвижный груз находится слева от сечения, тогда уравнение равновесия правой части фермы

$$\sum M_7 = 0; O_{6-8} \cdot r_2 + R_B \cdot d = 0.$$

$$O_{6-8} = -\frac{R_B \cdot d}{r_2} = -\frac{R_B \cdot 4}{3,3} \approx -1,21R_B,$$

и, откладывая это значение под опорой B , соединяем его с нулем опоры A . Получили левую прямую (рис. 2.3).

Подвижный груз находится справа от сечения, тогда уравнение равновесия левой части фермы

$$\sum M_7 = 0; O_{6-8} \cdot r_2 + R_A \cdot 3d = 0.$$

$$O_{6-8} = \frac{R_A \cdot 3d}{r_2} = \frac{R_A \cdot 3 \cdot 4}{3,3} \approx -3,64R_B,$$

и, отложив это значение под опорой A , соединяем его с нулем опоры B . Получаем правую прямую (рис. 2.3).

Обе ветви линии влияния должны сойтись под моментной точкой 7, а передаточная прямая расположится под рассеченной панелью 5–7 ездового пояса (рис. 2.3).

Получим характерные ординаты для определения усилия по линии влияния:

$$y_1 = -\frac{3}{4} \cdot 1,21 \approx -0,91;$$

$$y_2 = -\frac{1,5d}{4d} \cdot 1,21 \approx -0,45.$$

Получим усилие O_{6-8} по линии влияния:

$$O_{6-8} = F \cdot -y_1 - y_2 = F \cdot -0,91 - 0,45 \approx -1,36F,$$

что было получено ранее.

Получим линию влияния усилия в стержне U_{5-7} . Подвижный груз находится слева от сечения.

Уравнение равновесия правой части фермы:

$$\sum M_6 = 0; U_{5-7} \cdot h - R_B \cdot 1,5d = 0.$$

Откуда

$$U_{5-7} = \frac{R_B \cdot 1,5d}{h} = \frac{R_B \cdot 1,5 \cdot 4}{4} \approx 1,5R_B,$$

и, откладывая это значение над опорой B , соединяем его с нулем опоры A . Получаем левую прямую (рис. 2.3).

Теперь подвижный груз находится справа от сечения, тогда уравнение равновесия левой части фермы:

$$\sum M_6 = 0; U_{5-7} \cdot h - R_A \cdot 2,5d = 0;$$

$$U_{5-7} = \frac{R_A \cdot 2,5d}{h} = \frac{R_A \cdot 2,5 \cdot 4}{4} \approx 2,5R_A,$$

и, откладывая это значение над опорой A , соединяем его с нулем опоры B . Получена правая прямая (рис. 2.3).

Эта линия влияния имеет особенность построения. Ветви линии влияния должны сойтись под моментной точкой 6, но, поскольку передвижение груза осуществляется по панели 5–7 ездового пояса, то передаточную прямую получим, снеся левую точку 5 панели на левую прямую, а правую точку 7 на правую, и, соединяя их, «срезаем» вершину линии влияния (рис. 2.3).

Этот принцип очень часто используется в шпренгельных фермах, в балках, где осуществляется узловая передача нагрузки с тем, чтобы уменьшить величину какого-либо силового фактора.

Получим характерные ординаты для определения усилия по линии влияния:

$$y_1 = \frac{d}{4d} \cdot 2,5 \approx 0,63; \quad y_2 = -\frac{1,5d}{4d} \cdot 1,5 \approx 0,56.$$

Тогда усилие U_{5-7} по линии влияния:

$$U_{5-7} = F \cdot y_1 + y_2 = F \cdot 0,63 + 0,56 \approx 1,2F,$$

что было получено ранее.

По рис. 1.11 получим линию влияния усилия в стержне D_{5-6} . Подвижный единичный груз $\bar{F} = 1$ находится справа от сечения.

Уравнение проекций левых сил на вертикальную ось Y :

$$\sum Y = 0; D_{5-6} \cdot \cos\varphi + R_A = 0.$$

Тогда

$$D_{5-6} = \frac{-R_A}{\cos\varphi} = \frac{-R_A}{0,894} \approx -1,12F.$$

Отложим это значение под опорой A и соединим с нулем опоры B , получая правую прямую (рис. 2.3).

Подвижный единичный груз $\bar{F} = 1$ находится слева от сечения.

Уравнение проекций правых сил на вертикальную ось Y :

$$\sum Y = 0; -D_{5-6} \cdot \cos\varphi + R_B = 0.$$

Тогда

$$D_{5-6} = \frac{R_B}{\cos\varphi} = \frac{R_B}{0,894} \approx 1,12F.$$

Отложим это значение над опорой B , соединяем его с нулем опоры A , получаем левую прямую (рис. 2.3).

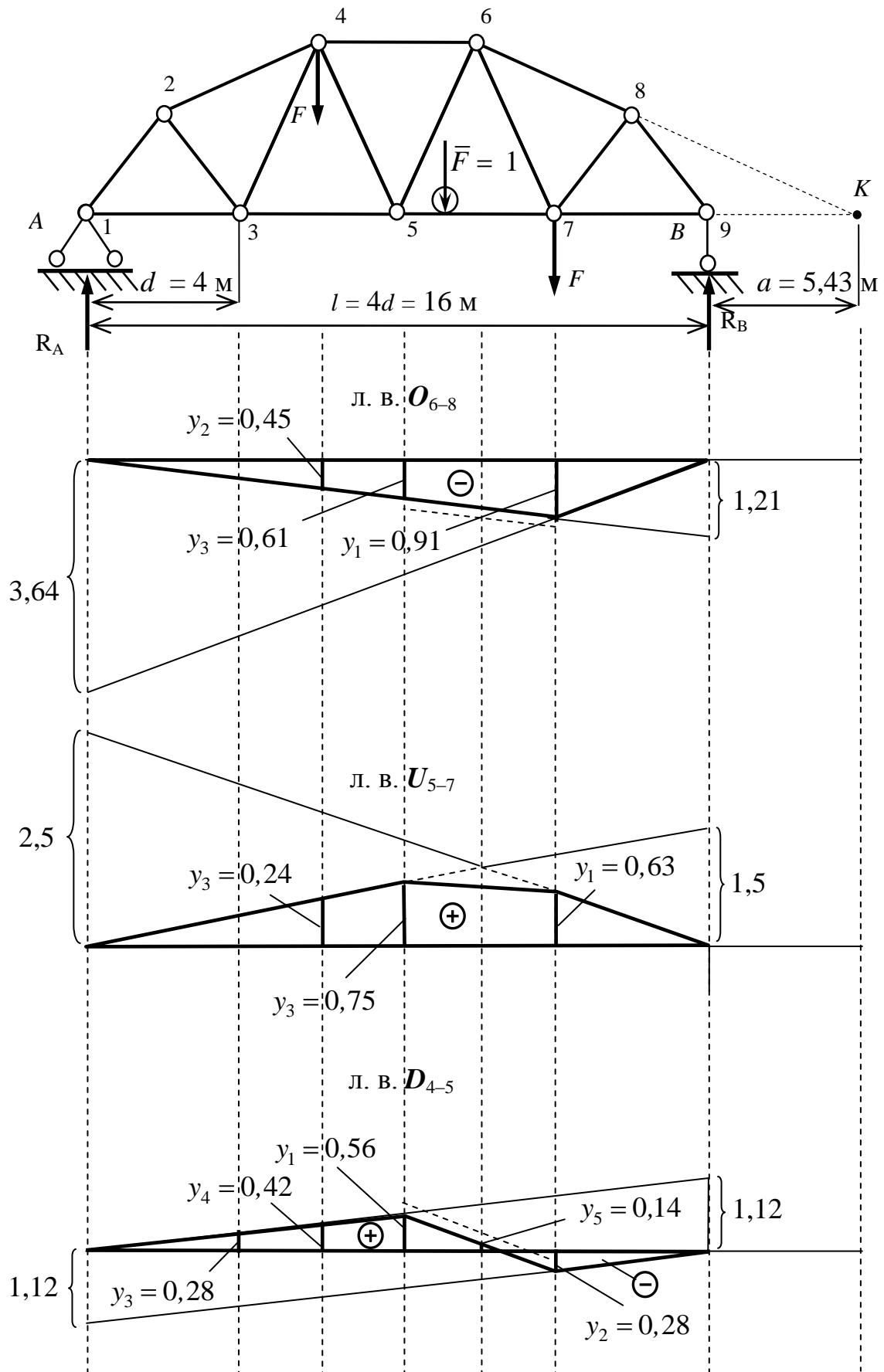


Рис. 2.3

Левую точку 5 рассеченной панели нижнего ездового пояса сносим на левую прямую. Правую точку 7 рассеченной панели нижнего ездового пояса сносим на правую прямую. Таким образом получаем передаточную прямую (рис. 2.3).

Устанавливаем значения ординат линии влияния под силами F , а также экстремальные ординаты получаем из подобия треугольников линии влияния:

$$y_1 = \frac{2d}{4d} \cdot 1,12 \approx 0,56;$$

$$y_2 = -\frac{d}{4d} \cdot 1,12 \approx -0,28.$$

Под точкой 3:

$$y_3 = \frac{d}{4d} \cdot 1,12 \approx 0,28;$$

под левой силой F :

$$y_4 = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{0,56 + 0,28}{2} = 0,42.$$

Под правой силой F ордината равна

$$y_2 = -0,28.$$

Получим усилие D_{5-6} по линии влияния

$$D_{5-6} = F y_4 - y_2 = F 0,42 - 0,28 = 0,14F,$$

что было получено ранее.

2 ПРИМЕР РАСЧЕТА ПЛОСКОЙ ФЕРМЫ

В соответствии с вариантом исходные данные для расчета выбираются из таблиц 1–3 приложений 1–2.

Неподвижная нагрузка: собственный вес плоской фермы принимается как равномерно распределенная нагрузка интенсивностью $q = 10$ кН/м. Сосредоточенная сила $F_1 = 100$ кН. Высота фермы $h = 9$ м, длина панели $d = 6$ м.

Подвижная нагрузка: тележка с двумя колесными парами, усилие от колеса на рельс равно $F_2 = 120$ кН, а расстояние между колесами $a = 2$ м.

Вес фермы можно представить и в виде узловой нагрузки, которую также можно использовать в расчетах. В любой узел фермы стягивается нагрузка с прилегающей панели, то есть

$$F = q \cdot d = 10 \cdot 6 = 60 \text{ кН},$$

а на крайние панели фермы нагрузка стягивается с половины панели:

$$F/2 = q \cdot d/2 = 30 \text{ кН}.$$

Выбор расчетной схемы и всех необходимых численных значений размеров и нагрузок осуществляется в соответствии с номером шифра учебной группы, присвоенным ведущим преподавателем, и номером студента в списке группы.

Требуется:

- 1 Вычертить заданную схему плоской фермы, соблюдая масштаб. Указать линейные размеры в метрах.
 - 2 Определить усилия в заданных стержнях фермы от постоянной нагрузки. Определить усилия в заданных стержнях фермы от подвижной нагрузки. Построить линии влияния усилий для заданных стержней. Принять, что передвижение груза осуществляется по горизонтальному поясу фермы, расположенному на ее опорах.
 - 3 Выполнить расчет на действие временной нагрузки, загрузив одну линию влияния весом тележки.
 - 4 Сравнить величины усилий, полученных аналитически и по линиям влияния.
 - 5 Произвести загрузку треугольной линии влияния железнодорожной нагрузкой класса $K = 10 \dots 14$ (движение подвижного состава по капитальному сооружению), определить критическую нагрузку при наиболее неблагоприятном загрузении линии влияния.
 - 6 Определить эквивалентную нагрузку по линии влияния и сравнить полученное значение с табличным (приложение 1).
- Расчетная схема фермы показана на рис. 2.4.

Решение

Вычерчиваем заданную расчетную схему фермы в масштабе (рис. 2.4). Указываем заданные нагрузки: сосредоточенную силу F_1 , распределенную нагрузку q , которую можно заменить узловой F .

Исследуемые стержни выделены на рис. 2.4: D_{1-2} , U_{5-7} , V_{8-9} , O_{12-14} , D_{14-17} .

Выполняя кинематический анализ фермы, подсчитаем степень статической определимости, которая должна удовлетворять условию $W = 0$, по формуле

$$W = 2U - C_\phi - C_{оп} = 2 \cdot 18 - 33 - 3 = 0,$$

где $U = 18$ – число узлов фермы, включая опорные;

$C_\phi = 33$ – число стержней фермы;

$C_{оп} = 3$ – число опорных связей.

Таким образом заключаем, что данная ферма статически определима. Анализируя структуру фермы, видим, что ферма геометрически неизменяема, поскольку образована последовательным соединением стержней, соединенных шарнирами, в виде треугольника, представляющего собой неизменяемый диск.

2.1 Определение усилий в заданных стержнях фермы от постоянной нагрузки

2.1.1 Определение реакций в опорах фермы

Определяем опорные реакции в ферме, которую можно представить в виде эквивалентной балки на двух опорах:

$$\sum M_B = 0; \quad R_A \cdot 6d - q \cdot 6d \cdot 3d + q \cdot 3d \cdot 1,5d - F_1 \cdot 4d = 0;$$

$$R_A = \frac{10 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 6 - 10 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 1,5 \cdot 6 + 100 \cdot 4 \cdot 6}{6 \cdot 6} = 134,2 \text{ кН.}$$

$$\sum M_A = 0; \quad R_B \cdot 6d - q \cdot 9d \cdot 4,5d + F_1 \cdot 2d = 0;$$

$$R_B = \frac{10 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 4,5 \cdot 6 + 100 \cdot 2 \cdot 6}{6 \cdot 6} = 235,8 \text{ кН.}$$

$$\sum Y = 0; \quad R_A + R_B = q \cdot 9d + F_1;$$

$$201,7 + 438,3 = 10 \cdot 9 \cdot 6 + 100; \quad 640 = 640.$$

Реакции определены верно.

2.1.2 Расчет усилий в заданных стержнях фермы от постоянной нагрузки

При составлении уравнений равновесия для усилий в стержнях фермы используется только сосредоточенная (F_1) и распределенная нагрузка (q) или же распределенная, сведенная к узловой (F).

Определение усилий ведем с использованием рис. 2.4.

Усилие в стержне D_{1-2} . Используем способ вырезания узла (в общем, это частный случай способа проекций). Рассекаем стержень фермы, в котором нужно определить усилие. В сечение попадает и стержень нижнего пояса. Количество стержней, попадающих в сечение, должно быть не менее трех для способов проекций и моментной точки и двух для способа вырезания узлов. Для простоты расчета рассмотрим менее загруженную левую часть фермы. Условие равновесия левой части фермы:

$$\sum Y^{\text{левых сил}} = 0; \quad R_A + D_{1-2} \cdot \sin \alpha - \frac{F}{2} = 0.$$

Угол наклона раскоса:

$$\sin \alpha = \frac{h}{\sqrt{d^2 + h^2}} = \frac{9}{\sqrt{6^2 + 9^2}} = 0,832, \quad \alpha = 56,3^\circ.$$

Тогда

$$D_{1-2} = -\frac{R_A}{\sin \alpha} = -\frac{R_A - F/2}{0,832} = -\frac{201,7 - 30}{0,832} \approx -206,4 \text{ кН.}$$

Усилие в стержне V_{8-9} . Используем способ проекций. Условие равновесия левой части фермы:

$$\sum Y^{\text{левых сил}} = 0; \quad R_A - V_{8-9} - 4,5F - F_1 = 0.$$

$$V_{8-9} = R_A - 4,5F - F_1 = 201,7 - 4,5 \cdot 60 - 100 = -168,3 \text{ кН.}$$

Усилие в стержне O_{12-14} . Используем способ моментной точки. Условие равновесия правой части фермы:

$$\begin{aligned}\sum M_{15}^{\text{правых сил}} &= 0; \\ O_{12-14} \cdot h - F \cdot d - 0,5F \cdot 2d &= 0; \\ O_{12-14} &= \frac{2Fd}{h} = \frac{2 \cdot 60 \cdot 6}{9} = 80 \text{ кН.}\end{aligned}$$

Усилие в стержне U_{5-7} . Используем способ моментной точки. Условие равновесия левой части фермы:

$$\begin{aligned}\sum M_6^{\text{левых сил}} &= 0; \quad U_{5-7} \cdot h - R_A \cdot 3d + p \cdot 2d + p \cdot d + 0,5p \cdot 3d + P \cdot d = 0; \\ U_{5-7} &= \frac{R_A \cdot 3d - 4,5p \cdot d - P \cdot d}{h} = \\ &= \frac{201,7 \cdot 3 \cdot 6 - 4,5 \cdot 60 \cdot 6 - 100 \cdot 6}{9} = 156,7 \text{ кН.}\end{aligned}$$

Усилие в стержне D_{14-17} . Используем способ проекций. Условие равновесия правой части фермы:

$$\begin{aligned}\sum Y^{\text{правых сил}} &= 0; \\ D_{14-17} \cdot \sin\alpha - 0,5F - F &= 0. \\ D_{14-17} &= \frac{1,5F}{\sin\alpha} = \frac{1,5 \cdot 60}{0,832} \approx 108,2 \text{ кН.}\end{aligned}$$

2.2 Определение усилий в заданных стержнях фермы от подвижной нагрузки

2.2.1 Построение линий влияния усилий в стержнях

Как упоминалось выше, при составлении уравнений равновесия для определения закона изменения усилия в зависимости от положения подвижной нагрузки используется только подвижный груз $\bar{F} = 1$.

Построение линий влияния ведем с помощью рис. 2.4.

Линия влияния усилия в стержне D_{1-2} . Подвижный груз $\bar{F} = 1$ находится справа от рассеченной панели. Рассматривается равновесие левой части фермы.

$$\sum Y^{\text{левых сил}} = 0; \quad R_A + D_{1-2} \cdot \sin\alpha = 0.$$

Тогда

$$D_{1-2} = -\frac{R_A}{\sin\alpha} = -\frac{R_A}{0,832} = -1,2R_A.$$

То есть линия влияния усилия D_{1-2} представляет собой известный закон изменения величины реакции R_A , с коэффициентом $-1,2$. Под опорой A откладываем $-1,2$, соединяем это значение с нулем опоры B и продолжаем прямую – правую ветвь линии влияния до концевой точки фермы.

Подвижный груз $\bar{F} = 1$ находится слева от рассеченной панели. Рассматривается равновесие правой части фермы.

$$\sum Y^{\text{правых сил}} = 0; \quad R_B - D_{1-2} \cdot \sin\alpha = 0.$$

Тогда

$$D_{1-2} = \frac{R_B}{\sin\alpha} = \frac{R_B}{0,832} = 1,2R_B.$$

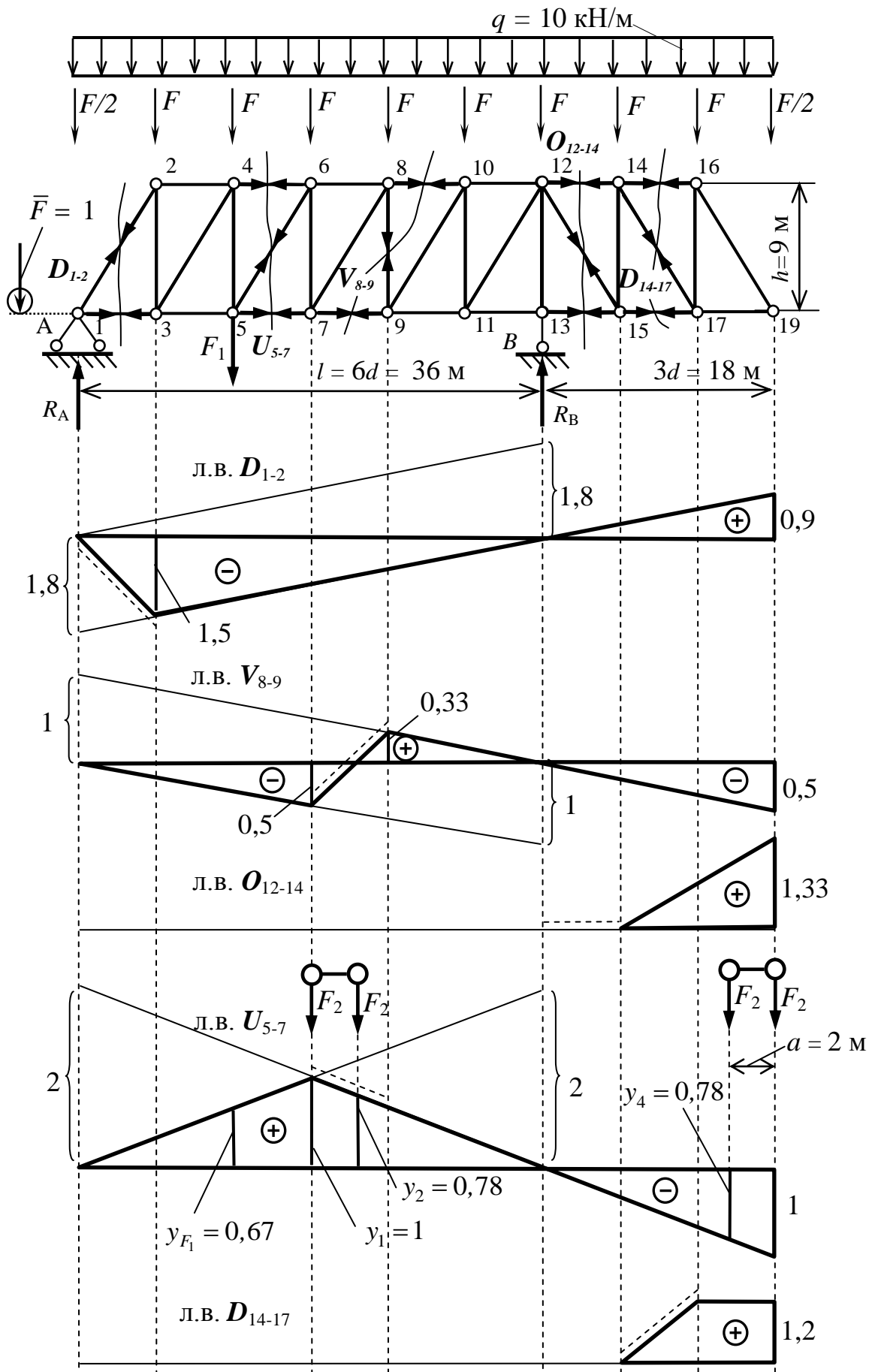


Рис. 2.4

В этом случае закон изменения усилия D_{1-2} представляет собой известный закон изменения реакции R_B , с коэффициентом 1,2. Над опорой A откладываем $+1,2$ и соединяем это значение с нулем опоры A , получая левую ветвь линии влияния. Узел 1 сносим на левую прямую, узел 3 – на правую, точки пересечения образуют передаточную прямую, которая показана пунктиром.

Линия влияния усилия в стержне V_{8-9} . Используем способ проекций. Подвижный груз $\bar{F} = 1$ находится справа от рассеченной панели. Условие равновесия левой части фермы: $\sum Y^{\text{левых сил}} = 0$, тогда $R_A - V_{8-9} = 0$, $V_{8-9} = R_A$. То есть линия влияния усилия в стойке V_{8-9} представляет собой закон изменения величины реакции R_A . Над опорой A откладываем $+1$ и соединяем ее с нулем опоры B , продолжая прямую до конца фермы. Получена правая ветвь линии влияния V_{8-9} .

Теперь расположим подвижный груз $\bar{F} = 1$ слева от рассеченной панели. Условие равновесия правой части фермы: $\sum Y^{\text{правых сил}} = 0$, тогда $R_B + V_{8-9} = 0$, $V_{8-9} = -R_B$. То есть линия влияния V_{8-9} представляет собой закон изменения величины реакции R_B . Под опорой A откладываем -1 и соединяем ее с нулем опоры A . Получена левая ветвь линии влияния V_{8-9} .

Параллельные ветви линии влияния V_{8-9} соединяются передаточной прямой, расположенной под рассеченной панелью. Левый узел 7 рассеченной панели сносим на левую прямую, правый узел 9 на правую прямую. Соединяя эти точки, и получаем передаточную прямую.

Линия влияния усилия в стержне O_{12-14} . Пусть подвижный груз $\bar{F} = 1$ находится справа на расстоянии « x » от рассеченной панели. Рассматривается равновесие правой части фермы.

Уравнение равновесия:

$$\sum M_{15}^{\text{правых сил}} = 0; O_{12-14} \cdot h - \bar{F} \cdot x = 0.$$

Поскольку $\bar{F} = 1$, то $O_{12-14} = \frac{x}{h}$. При $x = 2d = 12$ м ордината линии влияния $O_{12-14} = \frac{x}{h} = \frac{12}{9} = 1,33$. Если подвижный груз находится над моментной точкой 15, то при $x = 0$ усилие $O_{12-14} = \frac{x}{h} = 0$.

Передаточная прямая (показана пунктиром) находится под рассеченной панелью. При движении груза $\bar{F} = 1$ слева от рассеченной панели усилия в стержне O_{12-14} нет.

Линия влияния усилия в стержне U_{5-7} . Используем способ моментной точки. Пусть подвижный груз $\bar{F} = 1$ находится справа от рассеченной панели. Условие равновесия левой части фермы:

$$\sum M_6^{\text{левых сил}} = 0; U_{5-7} \cdot h - R_A \cdot 3d = 0; U_{5-7} = \frac{R_A \cdot 3d}{h} = \frac{R_A \cdot 3 \cdot 6}{9} = 2R_A.$$

Линия влияния усилия U_{5-7} представляет собой закон изменения величины реакции R_A , ординаты которой увеличены в 2 раза. Над опорой A откладываем

ем +2 и соединяем это значение с нулем опоры B , продолжая прямую до конца фермы. Получена правая ветвь линии влияния U_{5-7} .

Теперь пусть подвижный груз $\bar{F} = 1$ находится слева от рассеченной панели. Условие равновесия правой части фермы:

$$\sum M_6^{\text{правых сил}} = 0; U_{5-7} \cdot h - R_B \cdot 3d = 0.$$

Откуда

$$U_{5-7} = \frac{R_B \cdot 3d}{h} = \frac{R_B \cdot 3 \cdot 6}{9} = 2R_B.$$

Линия влияния U_{5-7} представляет собой закон изменения величины реакции R_B , ординаты которой увеличены в 2 раза.

Над опорой B откладываем +2 и соединяем это значение с нулем опоры A . Получена левая ветвь линии влияния U_{5-7} .

Обе ветви линии влияния U_{5-7} должны пересекаться под моментной точкой, в данном случае это точка 6. Передаточная прямая располагается в пределах рассеченной панели (показана пунктиром).

Линия влияния усилия в стержне D_{14-17} . Пусть подвижный груз $\bar{F} = 1$ находится справа от рассеченной панели.

Используем способ проекций. Условие равновесия правой части фермы:

$$\sum Y^{\text{правых сил}} = 0;$$

$$D_{14-17} \cdot \sin \alpha - \bar{F} = 0.$$

Так как $\bar{F} = 1$ единичный груз, то

$$D_{14-17} = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1}{0,832} = 1,2.$$

Откладываем полученную величину справа от рассеченной панели.

Правая ветвь линии влияния D_{14-17} постоянна в пределах панели движения груза. Под рассеченной панелью располагается передаточная прямая (показана пунктиром). При движении груза слева от рассеченной панели усилие в стержне D_{14-17} не возникает.

Характерные ординаты всех линий влияния определяются из подобия треугольных участков.

2.3 Расчет на действие временной нагрузки

При выполнении расчетов здесь используется величина давления тележки от колеса на рельс (F_2).

Загружаем одну линию влияния усилия, в данном случае это линия влияния усилия в стержне U_{5-7} движущимся грузом – тележкой.

При определении величин усилий значения узловых нагрузок умножаются на соответствующие ординаты линии влияния под ними и суммируются. Наиболее опасным будет положение тележки, при котором ординаты линии влияния под колесами тележки будут иметь максимальные значения. Это положение достигается в случае, когда одно из колес находится над вершиной линии влияния, а второе над более пологим участком. В данном случае линия

влияния симметрична, поэтому как левый, так и правый положительные участки имеют одинаковый угол наклона, и одно из колес тележки можно расположить как слева, так и справа от вершины линии влияния.

Вычислим ординаты под колесами тележки ($y_1 = 1$ по рис. 2.4):

$$\frac{y_1}{3d} = \frac{y_2}{3d-2} \rightarrow y_2 = \frac{1 \cdot 3 \cdot 3 - 2}{3 \cdot 3} = 0,78.$$

На отрицательном участке правое колесо тележки расположено над наибольшей ординатой ($y_3 = 1$ по рис. 2.4), тогда:

$$\frac{y_3}{3d} = \frac{y_4}{3d-2} \rightarrow y_4 = \frac{1 \cdot 3 \cdot 3 - 2}{3 \cdot 3} = 0,78.$$

Теперь усилие от временной нагрузки:

а) максимальное

$$U_{5-7max}^F = F_2 \cdot y_1 + y_2 = 120 \cdot 2 + 1,56 = 427,2 \text{ кН};$$

б) минимальное

$$U_{5-7min}^F = F_2 \cdot -y_3 - y_4 = 120 \cdot -2 - 1,56 = -427,2 \text{ кН};$$

Усилие от постоянной нагрузки – веса фермы найдено ранее,

$$U_{5-7}^q = 178,4 \text{ кН}.$$

Тогда суммарное усилие:

а) максимальное

$$U_{5-7max} = U_{5-7}^q + U_{5-7max}^F = 178,4 + 427,2 = 605,6 \text{ кН};$$

б) минимальное

$$U_{5-7min} = U_{5-7}^q - U_{5-7max}^F = 178,4 - 427,2 = -248,8 \text{ кН}.$$

В данном случае видим, что в стержне U_{5-7} максимальным оказалось растягивающее усилие.

2.4 Сравнение величин усилий, полученных аналитически и по линиям влияния

Загружаем линию влияния усилия U_{5-7} постоянной нагрузкой – собственным весом фермы интенсивностью $q = 10 \text{ кН/м}$ и силой $F_1 = 100 \text{ кН}$, определяем усилие:

$$U_{5-7}^q = F_1 \cdot y + q \cdot \omega_U,$$

где ω_U – площадь линии влияния усилия в стержне U_{5-7} ;

y – ордината линии влияния усилия в стержне U_{5-7} под силой F_1 .

Получим по рис. 2.4:

$$\omega_U = \frac{1}{2} y_1 \cdot 6d - \frac{1}{2} y_3 \cdot 3d = \frac{1}{2} 1 \cdot 6 \cdot 3 - \frac{1}{2} 1 \cdot 3 \cdot 3 = 4,5.$$

$$\frac{y_1}{3d} = \frac{y_{F_1}}{2d} \rightarrow y_{F_1} = \frac{2}{3} \cdot 1 = 0,67.$$

Тогда усилие $U_{5-7}^q = 100 \cdot 0,67 + 10 \cdot 4,5 = 112 \text{ кН}$.

Погрешность вычисления – расхождение с аналитическим результатом составила

$$\Delta = \left| \frac{111,73 - 112}{111,73} \cdot 100\% \right| = 0,24\% , \text{ что удовлетворительно.}$$

Примечание: различие результатов аналитического расчета и расчета по линиям влияния не должно превышать 5 %.

2.5 Загрузка линии влияния железнодорожной нагрузкой класса К

На рис. 2.5 представлена модель двух локомотивов в виде стилизованной распределенной нагрузки, показаны расстояния между колесами локомотивов в метрах. Давление от колесной пары локомотива на рельсы имитируется величиной $F_i = 245 \text{ кН}$. Воздействие на путь вагонов моделируются погонной нагрузкой величиной $K = 10 \text{ кН/м}$.

Предварительно определяем общий вес грузов, устанавливающихся в пролете фермы $l = 36 \text{ м}$ и положение критического груза над вершиной линии

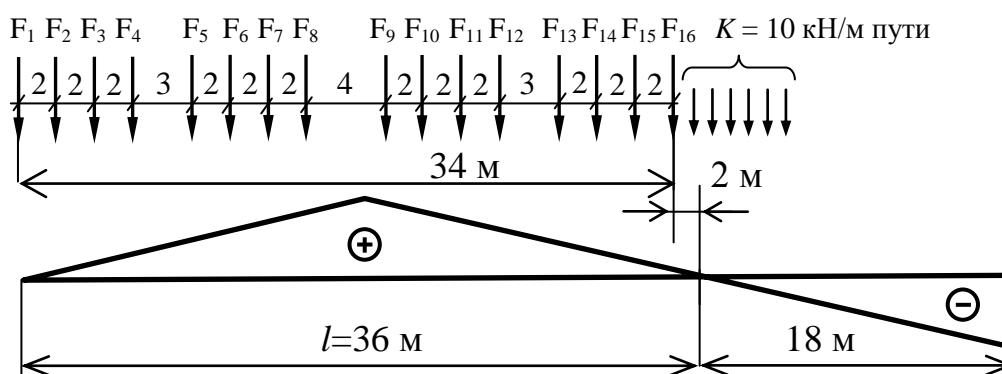


Рис. 2.5

влияния соответствующего усилия.

На участке длиной 36 м может разместиться 16 сосредоточенных грузов (34 м), равномерно распределенная вагонная нагрузка будет учтена на участке 2 м (рис. 2.5). Над площадью линии влияния в первую очередь помещаются грузы, имитирующие давление от колес локомотивов на рельсы, поскольку оно значительно больше, чем давление от колес вагонов.

Загружаем положительный участок линии влияния усилия нижнего пояса U_{5-7} , надвигая нагрузку справа, хотя в данном случае безразлично, с какой стороны производить загрузку в силу симметричности линии влияния (рис. 2.6).

Используем критерии невыгодного положения нагрузки, когда усилие в исследуемом стержне достигнет максимума. Это случится в тот момент, когда один из грузов (колесо тележки локомотива) окажется над вершиной линии влияния. Этот груз будет называться критическим.

Предполагаем, что девятый груз F_9 является критическим, и помещаем его над вершиной линии влияния (рис. 2.6). Но теперь первый груз не попадает

на положительный участок линии влияния, тогда в расчет на левом участке принимается семь грузов.

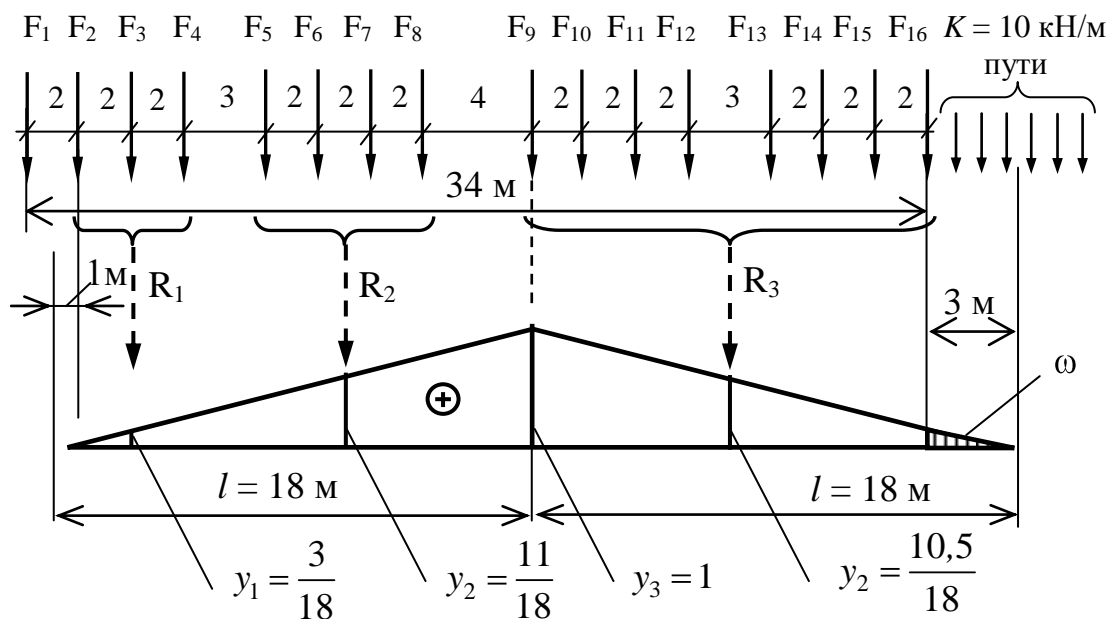


Рис. 2.6

Должны выполняться следующие неравенства:

$$\frac{\sum F_{\text{ЛЕВ.}} + F_{\text{КР.}}}{a} > \frac{\sum F_{\text{ПРАВ.}}}{b};$$

$$\frac{\sum F_{\text{ЛЕВ.}}}{a} < \frac{\sum F_{\text{ПРАВ.}} + F_{\text{КР.}}}{b}.$$

Здесь $\sum F_{\text{ЛЕВ.}}$ – равнодействующая (сумма) грузов, расположенных слева от вершины линии влияния, без учета критического груза;

$F_{\text{КР.}}$ – величина критического груза;

$\sum F_{\text{ПРАВ.}}$ – равнодействующая (сумма) грузов, расположенных справа от вершины линии влияния, без учета критического груза;

a – длина левой стороны треугольной линии влияния по горизонтали;

b – длина правой стороны треугольной линии влияния по горизонтали.

В общем случае рекомендуется производить загрузку линии влияния со стороны пологого участка.

Проверяем неравенства.

Первое условие:

$$\frac{7 \cdot 245 + 245}{18} > \frac{7 \cdot 245}{18}; 108,89 > 95,27, \text{ выполняется.}$$

Второе условие:

$$\frac{7 \cdot 245}{18} < \frac{7 \cdot 245 + 245}{18}; 95,27 < 108,89, \text{ выполняется.}$$

Так как оба неравенства выполняются, поэтому груз F_9 признается критическим, и это самое невыгодное, опасное расположение подвижной нагрузки на данной ферме для стержня нижнего пояса U_{5-7} .

Физический смысл неравенств довольно прост. Первое неравенство: если критический груз находится слева от вершины линии влияния, значит, погонная нагрузка левой части больше нагрузки правой части треугольной линии влияния. Второе неравенство: если критический груз находится справа от вершины линии влияния, значит погонная нагрузка правой части больше нагрузки левой части треугольной линии влияния.

Находим максимальное растягивающее усилие в нижнем поясе $U_{5-7 \max}$ при невыгодном положении нагрузки. Для этого определяем ординаты линии влияния под грузами y_i и равнодействующими групп грузов R_i .

Для упрощения вычислений на отдельных участках только одного наклона линии влияния заменяем грузы равнодействующими R_1 , R_2 и R_3 , определяем ординаты под ними.

Учитываем распределенную нагрузку на участке длиной 3 метра (на рис. 2.6 заштрихован участок) для точного результата.

$$U_{5-7 \max} = R_1 \cdot y_1 + R_2 \cdot y_2 + R_3 \cdot y_3 + K \cdot \omega.$$

$$U_{5-7 \max} = 3 \cdot 245 \cdot \frac{3}{18} + 4 \cdot 245 \cdot \frac{11}{18} + 8 \cdot 245 \cdot \frac{10,5}{18} + 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{3}{18} = 1867,22 \text{ кН.}$$

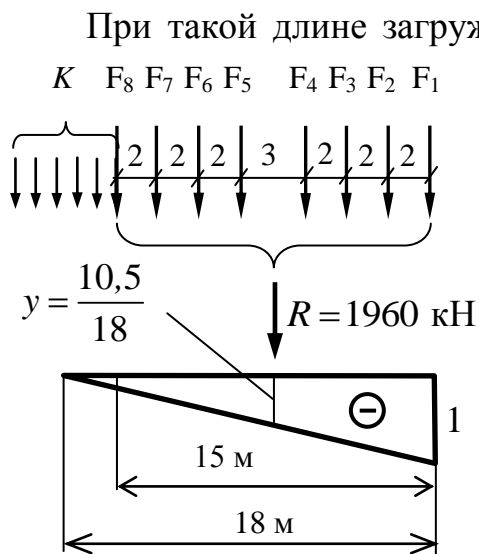


Рис. 2.7

При такой длине загрузки (3 м) вагонная нагрузка не окажет значительного влияния на результирующее усилие, поэтому для приближенных расчетов, при небольших участках загрузки, как в данном случае, ее можно не учитывать.

Теперь необходимо загрузить и правый – отрицательный участок. Надвигая нагрузку слева, установим грузы в опасное положение, как это показано на рис. 2.7.

Критическим грузом является первый F_1 . Полное усилие от колес локомотива будет значительно меньшим.

Вычислив равнодействующую под семью грузами только от колес локомотива, получим максимальное сжимающее усилие в

стержне U_{5-7} :

$$U_{5-7 \min} = - R \cdot y = -1960 \cdot \frac{10,5}{18} = -1143,33 \text{ кН.}$$

Поскольку это сжимающее усилие $U_{5-7 \min}$ значительно меньше растягивающего $U_{5-7 \max}$, то для дальнейших расчетов, например подбора поперечного сечения стержня U_{5-7} , следует использовать именно наибольшее усилие $U_{5-7 \max}$, которое рассчитывается точно.

Знак усилия не играет решающей роли, поскольку предполагается, что рассчитывается стальная ферма, а сталь – материал изотропный.

2.6 Определение эквивалентной нагрузки

Эквивалентной нагрузкой называется такая равномерно-распределенная нагрузка по длине однозначного участка линии влияния, которая вызывает такое же усилие, как и соответствующая ей система сосредоточенных грузов при их невыгодном расположении на сооружении.

$$\sum F_i y_i = q_{\text{экв}} \omega,$$

где y_i – ординаты линии влияния под грузами при их невыгодном расположении; F_i – величина грузов; ω – площадь линии влияния; $q_{\text{экв}}$ – интенсивность определяемой эквивалентной нагрузки. Тогда

$$q_{\text{экв}} = \frac{\sum F_i y_i}{\omega}.$$

В случае нагружения положительного участка эквивалентная нагрузка должна быть не менее

$$q_{\text{экв}}^{\text{max}} = \frac{U_{5-7\text{max}}}{\omega} = \frac{1867,22}{\frac{1}{2} \cdot 36 \cdot 1} = 103,73 \text{ кН/м},$$

а в случае нагружения отрицательного участка эквивалентная нагрузка

$$q_{\text{экв}}^{\text{min}} = \frac{U_{5-7\text{min}}}{\omega} = \frac{1143,33}{\frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 1} = 127,03 \text{ кН/м}.$$

При треугольной линии влияния эквивалентная нагрузка $q_{\text{экв}}$ зависит:

- от длины нагружаемого участка l или основания треугольника;
- от положения вершины линии влияния λ : $\alpha = \frac{a}{l}$.

Эквивалентная нагрузка постоянна для различных линий влияния с неодинаковыми значениями высоты h , но при равных длинах l и одинаковом положении вершины. С учётом этого свойства для треугольных линий влияния составлены таблицы эквивалентных нагрузок.

Проверяем найденное значение $q_{\text{экв}}$ по таблице, приведенной в приложении 3.

Длина загружаемой линии влияния на пролете $l = 36$ м. Положение наибольшей ординаты линии влияния определяется отношением:

$$\alpha = \frac{a}{l} = \frac{18}{36} = 0,5$$

В таблице приведены эквивалентные нагрузки $\bar{q}_{эКВ}$, при классе $K = 1$ находим:

$$\begin{aligned}\alpha &= 0,5 \text{ при } \lambda = 35 \text{ м } \bar{q}_{эКВ} = 10,94 \text{ кН/м;} \\ \alpha &= 0,5 \text{ при } \lambda = 40 \text{ м } \bar{q}_{эКВ} = 10,51 \text{ кН/м.}\end{aligned}$$

Тогда для $\lambda = l = 36$ м, интерполируя, находим:

$$\bar{q}_{эКВ} = 10,94 - \frac{10,94 - 10,51}{5} \cdot 1 = 10,85 \text{ кН/м.}$$

Получаем искомую эквивалентную нагрузку при заданном классе $K = 10$:

$$\bar{q}_{эКВ} = \bar{q}_{эКВ} \cdot K = 10,85 \cdot 10 = 108,5 \text{ кН/м.}$$

Расхождение в расчетах

$$\Delta = \frac{\bar{q}_{эКВ} - q_{эКВ}^{max}}{\bar{q}_{эКВ}} \cdot 100 \% = \frac{108,5 - 103,73}{108,5} \cdot 100 \% \approx 4,4 \% ,$$

что удовлетворительно.

Расхождение объясняется тем, что один из 16 грузов, помещавшихся на всей длине положительного участка линии влияния, вышел за ее пределы при определении опасного положения.

Длина правого участка линии влияния $l = 18$ м. Положение наибольшей ординаты линии влияния определяется отношением:

$$\alpha = \frac{a}{l} = \frac{0}{18} = 0.$$

Тогда по таблице для эквивалентных нагрузок $\bar{q}_{эКВ}$ при классе $K = 1$ для $\alpha = 0$ при $\lambda = 18$ м значение $\bar{q}_{эКВ} = 15,19$ кН/м.

Искомая эквивалентная нагрузка:

$$q_{эКВ} = \bar{q}_{эКВ} \cdot K = 15,19 \cdot 10 = 151,9 \text{ кН/м.}$$

Но расчетная эквивалентная нагрузка правого участка составляла $q_{эКВ}^{min} = 127,03$ кН/м.

В соответствии с рекомендациями [7] при динамических расчетах линий влияния с длиной менее 24 м результат расчетной эквивалентной нагрузки следует зависить на 20 %.

В нашем случае это $q_{эКВ}^{min} = 127,03 + 0,2 \cdot 127,03 = 152,4$ кН/м, что вполне согласуется с табличным значением.

В практических расчетах рекомендуется придерживаться таблиц эквивалентных нагрузок согласно СНиП [7].

Библиографический список

- 1 **Дарков, А.В.** Строительная механика / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников – 9-е изд., испр. – М.: изд-во Лань, 2005. – 655 с.
- 2 **Кузьмин, Л.Ю.** Строительная механика / Л.Ю. Кузьмин, В.Н. Сергиенко – М. : РГОТУПС, 2002.
- 3 **Анохин, Н.Н.** Строительная механика в примерах и задачах. Ч. 1. Статически определимые системы: учеб. пособие / Н.Н. Анохин – М.: Изд-во ассоциации строительных вузов, 1999. – 334 с.
- 4 **Каримов, И.Ш.** Строительная механика. Теоретический курс с примерами типовых расчетов: учеб. пособие/ И.Ш. Каримов. – Уфа: ГУП РБ «Издательство Белая река», 2008. – 280 с.
- 5 **Саргсян, А.Е.** Строительная механика. Основы теории с примерами расчетов: учебник / А.Е. Саргсян, А.Т. Демченко, Н.В. Дворянчиков, Г.А. Джинчвелашвили. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Высш. шк., 2000. – 416 с.
- 6 **Колкунов, Н.В.** Пособие по строительной механике стержневых систем. Ч. 1: Статически определимые стержневые системы / Н.В. Колкунов. – М. : МГАКХиС, 2009. – 102 с.
- 7 Нормативная временная вертикальная нагрузка от железнодорожного подвижного состава по СНиП 2.05.03-84*:
<http://normativa.ru/content/view/527/1/1/108/>

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Таблица П 1.1

Номер студента по списку	Схема фермы	Стержень Номер панели			
		V	O	D	U
1	A	1	6	3	8
2	B	2	7	4	1
3	C	3	8	5	2
4	D	4	1	6	3
5	E	5	2	7	4
6	F	6	3	8	5
7	G	7	4	1	6
8	H	8	5	2	7
9	I	4	6	3	8
10	J	2	7	4	1
11	A	3	8	5	2
12	B	4	1	6	3
13	C	5	2	7	4
14	D	6	3	8	5
15	E	7	4	1	6
16	F	8	5	2	7
17	G	4	6	3	8
18	H	2	7	4	1
19	I	3	8	5	2
20	J	4	1	6	3
21	A	5	2	7	4
22	B	6	3	8	5
23	C	7	4	1	6
24	D	8	5	2	7
25	E	4	6	3	8
26	F	2	7	4	1
27	G	3	8	5	2
28	H	4	1	6	3
29	I	5	2	7	4
30	J	6	3	8	5

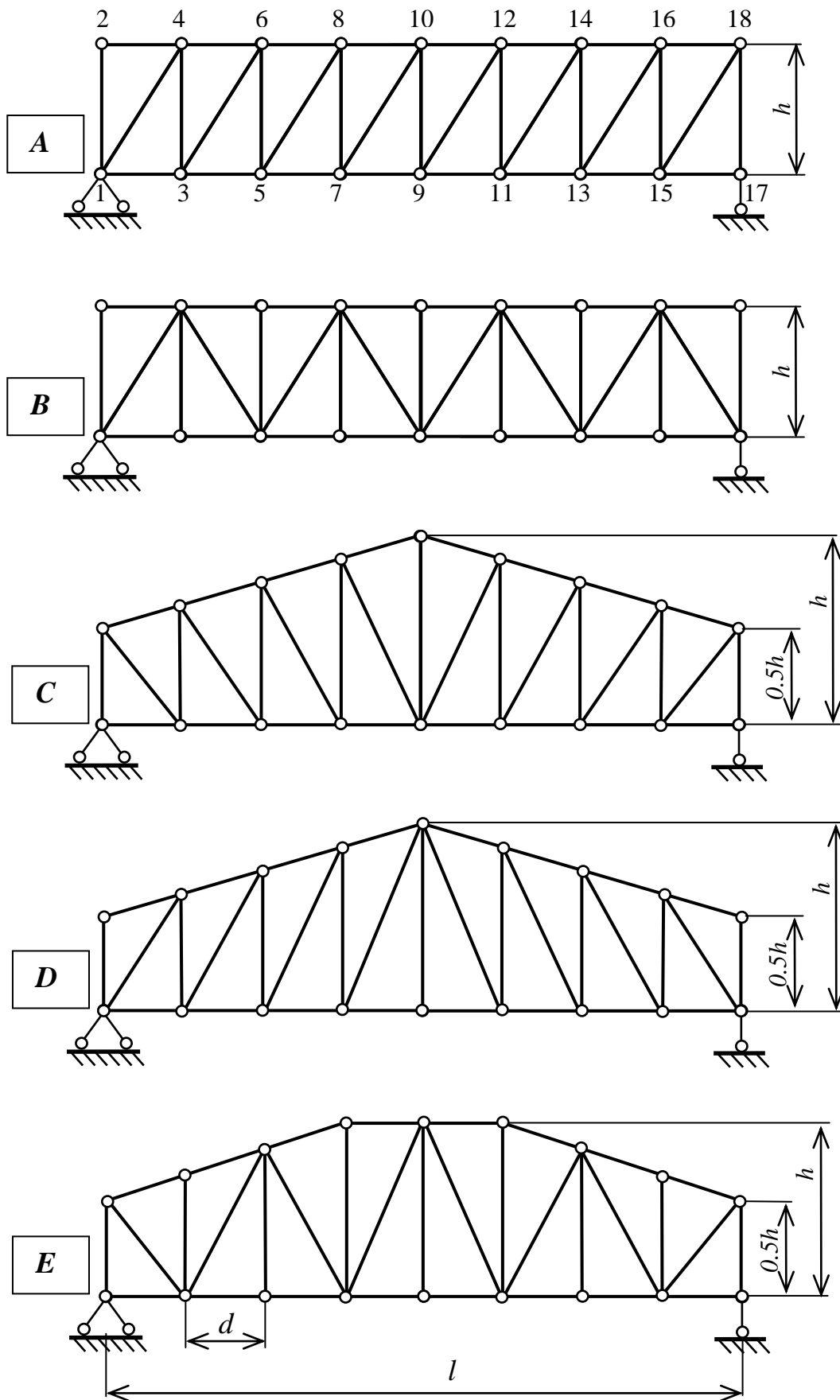
Таблица П 1.2

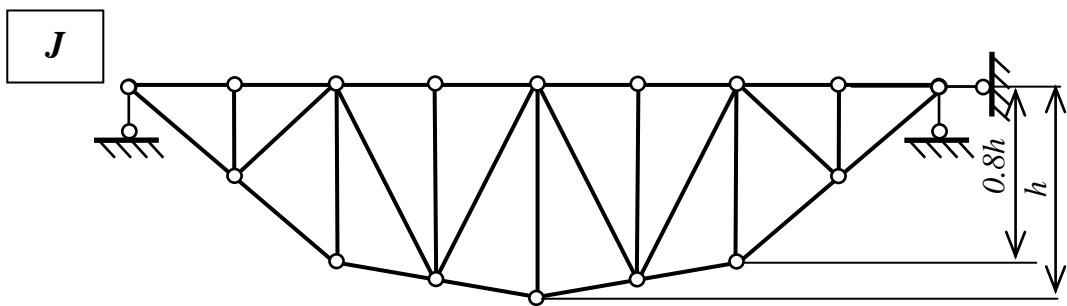
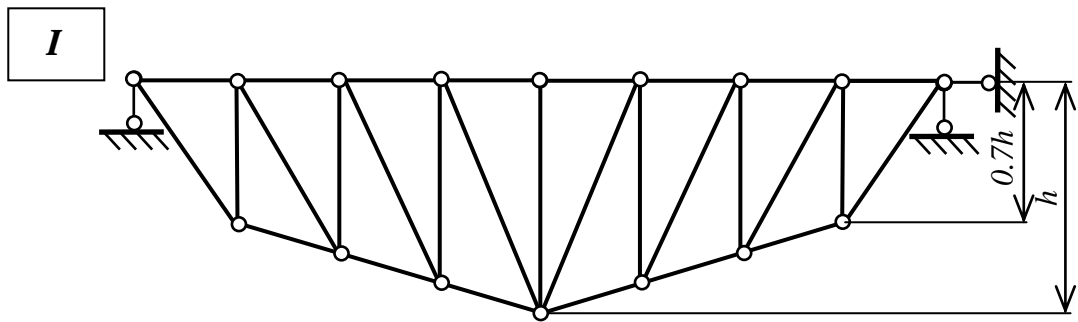
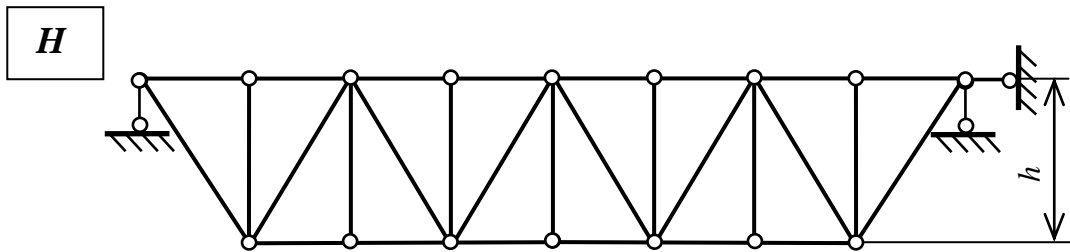
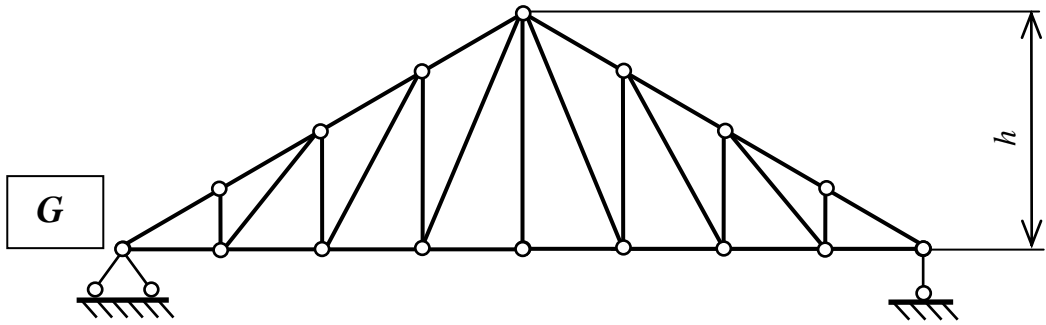
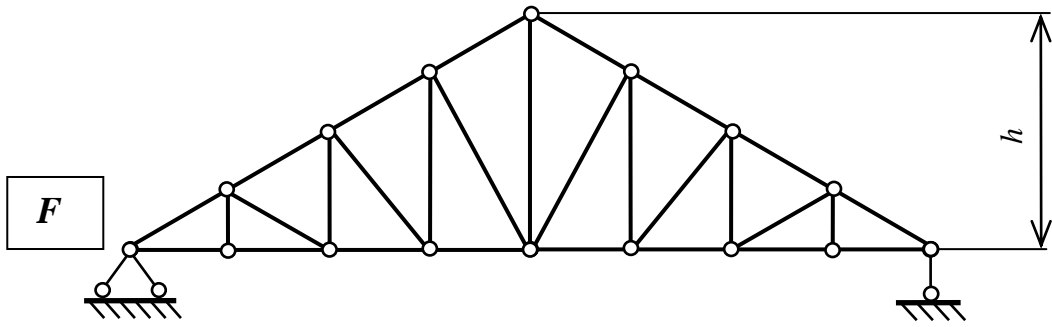
Шифр группы	Номер по списку	Вертикальная нагрузка		Равномерно распределенная нагрузка	Класс нагрузки
		Узел приложения	F_1 , кН		
1	1–5	3	35	4	10
	6–10	5	40	4,5	11
	11–15	7	45	5,5	12
	16–20	9	50	6	13
	21–25	11	55	6,5	14
	25–30	13	60	7	10
2	1–5	15	50	4	11
	6–10	3	30	4,5	12
	11–15	5	60	5,5	13
	16–20	7	70	6	14
	21–25	9	30	6,5	10
	25–30	11	20	7	11
3	1–5	13	40	4	12
	6–10	15	45	4,5	13
	11–15	3	55	5,5	14
	16–20	5	25	6	10
	21–25	7	65	6,5	11
	25–30	9	50	7	12
4	1–5	11	35	4	13
	6–10	13	40	4,5	14
	11–15	15	45	5,5	10
	16–20	3	50	6	11
	21–25	5	55	6,5	12
	25–30	7	60	7	13
5	1–5	9	55	4	14
	6–10	11	65	4,5	10
	11–15	13	75	5,5	11
	16–20	15	85	6	12
	21–25	3	45	6,5	13
	25–30	7	25	7	14

Таблица П 1.3

Шифр группы	Номер по списку	Длина панели фермы d , м	Высота фермы h , м	Загрузка подвижным грузом	
				a , м	F_2 , кН
1	1–5	3	4	1	80
	6–10	4	5	1,2	85
	11–15	5	6	1,4	95
	16–20	6	7	1,6	100
	21–25	7	8	1,8	105
	25–30	8	9	2	110
2	1–5	3	6	1	85
	6–10	4	7	1,2	95
	11–15	5	8	1,4	105
	16–20	6	9	1,6	115
	21–25	7	10	1,8	125
	25–30	8	11	2	135
3	1–5	3	5	1	90
	6–10	4	6	1,2	95
	11–15	5	7	1,4	100
	16–20	6	8	1,6	105
	21–25	7	9	1,8	110
	25–30	8	10	2	115
4	1–5	3	4,5	1	75
	6–10	4	5,5	1,2	80
	11–15	5	6,5	1,4	85
	16–20	6	7,5	1,6	90
	21–25	7	8,5	1,8	95
	25–30	8	9,5	2	100
5	1–5	3	5,5	1	70
	6–10	4	6,5	1,2	75
	11–15	5	7,5	1,4	80
	16–20	6	8,5	1,6	85
	21–25	7	9,5	1,8	90
	25–30	8	10,5	2	95

РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ ФЕРМ





**Нормативная временная вертикальная нагрузка
от железнодорожного подвижного состава
по СНиП 2.05.03-84***

Длина загрузки λ , м	Интенсивность эквивалентной нагрузки v , кН/м (тс/м) пути, при			
	$K = 1$		$K = 14$	
	$\alpha = 0$	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0$	$\alpha = 0,5$
1	49,03 (5,000)	49,03 (5,000)	686,5 (70,00)	686,5 (70,00)
1,5	39,15 (3,992)	34,25 (3,493)	548,1 (55,89)	479,5 (48,90)
2	30,55 (3,115)	26,73 (2,726)	427,7 (43,61)	374,2 (38,16)
3	24,16 (2,464)	21,14 (2,156)	338,3 (34,50)	296,0 (30,18)
4	21,69 (2,212)	18,99 (1,936)	303,7 (30,97)	265,8 (27,10)
5	20,37 (2,077)	17,82 (1,817)	285,2 (29,08)	249,5 (25,44)
6	19,50 (1,988)	17,06 (1,740)	272,9 (27,83)	238,8 (24,35)
7	18,84 (1,921)	16,48 (1,681)	263,7 (26,89)	230,7 (23,53)
8	18,32 (1,868)	16,02 (1,634)	256,4 (26,15)	224,4 (22,88)
9	17,87 (1,822)	15,63 (1,594)	250,2 (25,51)	218,9 (22,32)
10	17,47 (1,781)	15,28 (1,558)	244,5 (24,93)	214,0 (21,82)
12	16,78 (1,711)	14,68 (1,497)	234,9 (23,95)	205,5 (20,96)
14	16,19 (1,651)	14,16 (1,444)	226,6 (23,11)	198,3 (20,22)
16	15,66 (1,597)	13,71 (1,398)	219,3 (22,36)	191,8 (19,56)
18	15,19 (1,549)	13,30 (1,356)	212,7 (21,69)	186,0 (18,97)
20	14,76 (1,505)	12,92 (1,317)	206,6 (21,07)	180,8 (18,44)
25	13,85 (1,412)	12,12 (1,236)	193,9 (19,77)	169,7 (17,30)
30	13,10 (1,336)	11,46 (1,169)	183,4 (18,70)	160,5 (16,37)
35	12,50 (1,275)	10,94 (1,116)	175,0 (17,85)	153,2 (15,62)
40	12,01 (1,225)	10,51 (1,072)	168,2 (17,15)	147,2 (15,01)
45	11,61 (1,184)	10,16 (1,036)	162,6 (16,58)	142,2 (14,50)
50	11,29 (1,151)	9,875 (1,007)	158,0 (16,11)	138,3 (14,10)
60	10,80 (1,101)	9,807 (1,000)	151,1 (15,41)	137,3 (14,00)
70	10,47 (1,068)	9,807 (1,000)	146,6 (14,95)	137,3 (14,00)
80	10,26 (1,046)	9,807 (1,000)	143,6 (14,64)	137,3 (14,00)
90	10,10 (1,030)	9,807 (1,000)	141,4 (14,42)	137,3 (14,00)
100	10,00 (1,020)	9,807 (1,000)	140,0 (14,28)	137,3 (14,00)
110	9,944 (1,014)	9,807 (1,000)	139,3 (14,20)	137,3 (14,00)
120	9,895 (1,009)	9,807 (1,000)	138,6 (14,13)	137,3 (14,00)
130	9,865 (1,006)	9,807 (1,000)	138,1 (14,08)	137,3 (14,00)
140	9,846 (1,004)	9,807 (1,000)	137,9 (14,06)	137,3 (14,00)
150 и более	9,807 (1,000)	9,807 (1,000)	137,3 (14,00)	137,3 (14,00)

Примечание: Эквивалентные нагрузки, рассчитываемые в кН/м пути при значениях параметров $1,5 \leq \lambda \leq 50$ м ($\alpha = 0$ и $\alpha = 0,5$) и $\lambda > 50$ м ($\alpha = 0$), получены по формуле

$$v = \left(9,807 + \frac{10,787}{e^{0,04\lambda}} + \frac{43,149}{\lambda^2} \right) \left(1 - \frac{\alpha}{4} \right) K,$$

где $e = 2,718...$ – основание натуральных логарифмов.

Учебное издание

Кротов Сергей Викторович

РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ ФЕРМЫ

Печатается в авторской редакции

Технический редактор Т.В. Бродская

Подписано в печать 31.10.17. Формат 60×84/16.

Бумага газетная. Ризография. Усл. печ. л. 2,56.

Тираж экз. Изд. № 90670. Заказ

Редакционно-издательский центр ФГБОУ ВО РГУПС.

Адрес университета:

344038, г. Ростов н/Д, пл. Ростовского Стрелкового Полка
Народного Ополчения, д. 2.